

El estudio de la ecuación cuadrática en diferentes contextos

The study of the quadratic equation

Judith Ramírez-Hernández ^a

Abstract:

The present report from the following quadratic equation in the context users of algebra áreas of free fall height of figures head of the protected área of physic applications may result relevant by associating with algebraic context of equation of second grade and therefore achieve that students use for algebra procedures.

For this reason, will analice the quadratic equation in different settings such as algebraics associating aspect of free fall height of the purpose of students be able to analyse and looking for basic relation of equation of second grade.

Keywords:

Quadratic equation, root, parábola, área, second grade, free fall, solution

Resumen:

El presente trabajo plantea el estudio de la ecuación cuadrática en el contexto del algebra, de áreas y de caída libre de los cuerpos, ya que el manejo de áreas y las aplicaciones de física pueden resultar relevantes al asociarlos con el contexto algebraico de la ecuación de segundo grado y así lograr que los estudiantes les den sentido a los procedimientos algebraicos.

Por lo cual, se estudiará a la ecuación cuadrática en diferentes contextos como son el algebraico, el geométrico asociándolo al aspecto del cálculo de áreas y en el contexto de caída libre de los cuerpos; con la finalidad que el estudiante pueda analizar y buscar conexiones de los aspectos básicos de la ecuación de segundo grado.

Palabras Clave:

Ecuación cuadrática, raíz, parábola, área, segundo grado, caída libre, solución

Introducción

El estudio de las matemáticas desempeña un papel importante en el proceso enseñanza-aprendizaje; en este proceso, el estudiante debe discutir sus ideas, plantear conjeturas y constantemente evaluar y contrastar sus resultados.

Sin embargo, aprender matemáticas muchas veces solo se limita a identificar y ejecutar procedimientos. Es común recurrir a la repetición de procedimientos memorizados y mecanizados con poca posibilidad de entenderlos (Douady, 1999).

En este sentido (Méndez, 2012) refiere que existen diversos método algebraicos que permiten obtener la solución de una ecuación cuadrática, es común que los estudiantes al utilizar generalmente el método de factorización o aplicación de la fórmula general, no logran entender que al multiplicar los dos polinomios irreducibles se llega a la expresión algebraica planteada inicialmente; por lo cual el estudiante mecaniza los procedimientos

algebraicos y no se da cuenta si su respuesta es acertada o no, debido a que las operaciones que realizó no las entiende y en consecuencia no identifica sus errores.

Es importante realizar un cambio al abordar la ecuación cuadrática porque en la mayoría de las aulas se presenta dicho tema como una ejercitación de fórmulas y procedimientos que no tienen sentido alguno para el estudiante, en contraste al abordarlo en diferentes contextos se puede lograr alcanzar un aprendizaje con entendimiento, es decir, un aprendizaje que va más allá de una simple memorización o ejecución de fórmulas que no tienen ningún sentido para el estudiante y, es posible que los estudiantes se vean beneficiados en el sentido de comprender mejor los conceptos ya que verán su aplicación directa en actividades que le son comunes. Al abordar el tema de la ecuación cuadrática es necesario plantear su definición, elementos y los diferentes tipos de ecuaciones.

Generalmente una ecuación cuadrática se define de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde se identifica una única

^a Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Escuela Preparatoria Número Tres, <https://orcid.org/0000-0002-2869-6471>, Email: ebncjudith@hotmail.com

variable, aunque dicha variable puede aparecer más de una vez siendo el mayor exponente de la variable o incógnita el 2.

En este sentido (Alvarado, 2013) menciona: “Las ecuaciones de segundo grado en general son de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, esta ecuación general consta de un término de segundo grado ax^2 , de un término de primer grado bx y de un término independiente c . Por tanto, el coeficiente del término de segundo grado es igual a a , el coeficiente del término de primer grado es igual a b y el término independiente es igual a c ”. Una ecuación de segundo grado se puede resolver por diferentes métodos como son:

- Factorización
- Completando el trinomio cuadrado perfecto
- Utilizando la fórmula general
- Gráfica

Los elementos de una ecuación cuadrática planteados por (Baldor, 2010), corresponden al número de raíces de una ecuación asociados al valor del discriminante. De igual manera aborda diferentes métodos algebraicos de solución mediante procedimientos algorítmicos para llegar a la solución de una ecuación cuadrática.

De acuerdo con (Baldor, 2010), existen dos tipos de ecuaciones cuadráticas:

Ecuaciones cuadráticas completas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, que tienen un término en x^2 , un término en x y un término independiente de x .

Ecuaciones cuadráticas incompletas de la forma $ax^2 + c = 0$ que carecen del término en x o de la forma $ax^2 + bx = 0$ que carecen del término independiente.

En este contexto (Carpinteyro, 2012), señala: “El grado de un polinomio definido en una variable está determinado por el exponente mayor en la variable de definición, una vez simplificados todos los términos semejantes de la expresión algebraica”. También describe los tipos de ecuaciones cuadráticas como una clasificación de ecuaciones cuadráticas incompletas y completas; las ecuaciones incompletas se dividen a su vez en ecuaciones cuadráticas puras y mixtas”.

De igual manera se abordan métodos de solución algebraicos como son: despeje de variable, factorización, completando un trinomio cuadrado perfecto, fórmula general y método gráfico.

Por otro lado (Martínez & Garrido, 2013) señalan, que existen variadas aplicaciones de la ecuación cuadrática como son: la solución de triángulos en geometría, la trayectoria de un proyectil, la estructura de un edificio o puente, modelos económicos entre otros. Siendo así la ecuación cuadrática un tema de gran importancia en el álgebra.

Al abordar la solución de ecuaciones cuadráticas o de segundo grado es necesario recurrir a los métodos

algebraicos de solución, de tal forma que el estudiante pueda realizar procedimientos algebraicos que posteriormente serán contextualizados para lograr un aprendizaje que vas más allá de memorizar.

El método gráfico permite solucionar ecuaciones cuadráticas utilizando el plano cartesiano, en este método es posible asociar los procedimientos algebraicos con la finalidad de generar un aprendizaje significativo en el estudiante.

En este sentido (Stewart, Redlin, & Watson, 2010), al abordar la ecuación cuadrática por el método gráfico señala: “La gráfica de una ecuación con x y y es el conjunto de todos los puntos (x,y) del plano coordenado que satisfacen la ecuación. La gráfica de una ecuación es una curva, de modo que para graficar una ecuación trazamos tantos puntos como podamos y, luego, los unimos por medio de una curva suave. Las coordenadas x de los puntos donde una gráfica corta al eje x se denomina intersección con el eje x de la gráfica y se obtiene haciendo $y = 0$ en la ecuación de la gráfica. Las coordenadas y de los puntos donde una gráfica corta al eje y se llaman intersección con el eje y de la gráfica y se determinan haciendo $x = 0$ en la ecuación de la gráfica”. También (Stewart, Redlin, & Watson, 2010), aborda los diferentes métodos de solución algebraica como son: factorización, completando el trinomio cuadrado perfecto y fórmula cuadrática. De igual forma asocia la solución de una ecuación cuadrática con el valor del discriminante y plantea problemas de aplicación relacionados con la trayectoria de un proyectil.

En este contexto (Ochaviet, 2011) señala: “Es necesario reconocer en una situación, problema o ecuación, la presencia de algo desconocido que puede ser determinado usando como información la que se presenta en la ecuación o en el problema. Para ello, será necesario ser capaz de representar las entidades desconocidas de manera simbólica y plantear expresiones algebraicas para describir las relaciones entre los datos dados. Los datos podrían relacionarse mediante una única ecuación o a veces con varias. Cuando se enfrentan ecuaciones, dadas o construidas, es necesario ser capaz de realizar manipulaciones algebraicas para encontrar el o los valores de la incógnita o incógnitas que satisfacen la ecuación. Es también importante ser capaz de sustituir la incógnita por el o los valores obtenidos para verificar que se obtiene una proposición verdadera. Para desarrollar la comprensión de la variable como un número genérico, un prerrequisito es la habilidad de reconocer patrones y encontrar o deducir reglas generales. Para realizar esto satisfactoriamente, es necesario distinguir los aspectos invariantes de los que son variables. Es necesario también ser capaz de introducir símbolos para representar proposiciones generales, reconocer un símbolo como representando un objeto indeterminado y manipular expresiones que involucran variables como números genéricos donde no se requiere asignarles ningún valor específico, como cuando se opera con polinomio. Preguntas que piden al estudiante construir una fórmula, una situación, una ecuación o un problema a partir de cierta información dada requieren una

comprensión conceptual y no pueden contestarse algorítmicamente, ya que se ponen en juego las propiedades de los objetos matemáticos involucrados. En el caso de ecuaciones, algunos conceptos involucrados se relacionan con el significado del signo de igualdad, los diferentes significados y usos de la variable, solución y métodos de resolución”.

De igual forma (Arteaga & Espinosa, 2013) señalan que las ecuaciones cuadráticas gráficamente son una familia de parábolas en donde pueden cambiar sus parámetros a , b , y c .

Al abordar el tema de solución de ecuaciones cuadráticas por el método algebraico, es importante retomar algunos conceptos básicos que permitan identificar los elementos que conforman una ecuación y asociarlos a su solución, por lo cual es importante partir del concepto de ecuación y ecuación lineal hasta llegar a la ecuación cuadrática con la finalidad de visualizar los elementos fundamentales que estarán asociadas a la solución.

En este contexto (Huertas, 2013), aborda a la ecuación cuadrática mediante la historia de los algoritmos en Babilonia y Egipto, posteriormente plantea los siguientes métodos para hallar las soluciones de una ecuación cuadrática:

- Factorización
- Completando el cuadrado
- Fórmula general

Las ecuaciones cuadráticas pueden ser resueltas por diferentes métodos algebraicos (Navarro, 2014), aborda la solución de ecuaciones cuadráticas completas e incompletas, completando el trinomio cuadrado perfecto y aplicando la fórmula general.

Los métodos algebraicos anteriormente mencionados, son los más comunes para resolver ecuaciones cuadráticas.

Generalmente dichos métodos algebraicos son planteados como una serie de procedimientos que el alumno ejercitará para conocer el método de solución, de ahí la importancia de transitar a otros contextos de manera que se puedan asociar los conceptos.

Las ecuaciones de segundo grado se aplican al cálculo de valores máximos y mínimos, los cuales se encuentran asociados al vértice de la parábola. Por lo general una ecuación cuadrática se utiliza en situaciones de modelaje de optimización, así cuando un problema de modelaje cuadrático requiera obtener una optimización, se tratará de un valor máximo o mínimo (Escalante & Pérez, 2011). También las ecuaciones cuadráticas o de segundo grado se utilizan como una aplicación en el cálculo de áreas, ya que geométricamente consiste en obtener las áreas acotada por la gráfica de una parábola (Martínez & Garrido, 2013)

En el estudio de cualquier tema matemático es importante que se plantee la búsqueda de conexiones y relaciones en áreas diferentes, de manera que se facilite el entendimiento y significado de los conceptos fundamentales al relacionarlos o conectarlos con otros contenidos.

De esta manera, al conectar la ecuación cuadrática con el contexto de la física en relación al tema de caída libre, los estudiantes tienen la oportunidad de identificar y aplicar conceptos matemáticos en un área distinta a las matemáticas.

Por ejemplo:

Cualquier objeto en caída libre experimenta un movimiento dirigido hacia abajo y bajo la acción de la gravedad (Álvarez, Cervantes & Valdivia, 2012).

Así, (Tippens, 2012), plantea: “El movimiento de caída libre es un movimiento uniformemente acelerado, es decir la aceleración instantánea es la misma en todos los puntos del recorrido y coincide con la aceleración media, y esta aceleración es la aceleración de la gravedad”.

Por lo cual la distancia que recorre un cuerpo en caída libre está dada por:

$$s = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

En el contexto de la física, las ecuaciones cuadráticas juegan un papel importante, ya que la ecuación anterior corresponde a una ecuación cuadrática que en el contexto de la física permite calcular la distancia de un cuerpo en caída libre.

En este sentido, las raíces en el contexto de la física pueden ser interpretadas, como el punto en donde se dejó caer un objeto o el punto de partida de dicho objeto.

De esta manera el estudiante puede reflexionar acerca de los conceptos matemáticos e identificar sus conexiones, lo cual no ocurriría si el tema se aborda mediante la ejecución y mecanización de fórmulas y procedimientos algebraicos, así como la memorización de conceptos.

Por otra parte, la ecuación cuadrática se puede plantear en el contexto de la geometría mediante el cálculo de áreas.

En este sentido (Leithold, 2010) plantea diversos ejemplos de aplicación en el contexto de áreas. Entre los cuales plantea un fabricante de cajas, quien desea fabricar cajas abiertas a partir de piezas de cartón rectangular de 25.40 cm por 43.18 cm., se pretende cortar las cuatro esquinas con cuadrados iguales, por lo cual se debe calcular la medida de lado del cuadrado que se cortaran de tal manera que se obtenga el máximo volumen.

Sin embargo, se puede iniciar con ejemplos más sencillos como:

1. Calcular el área de un círculo de radio variable.
2. Calcular el área de un jardín rectangular con lados variables.

Mediante este contexto el estudiante podrá interpretar conceptos algebraicos fundamentales de la ecuación cuadrática y asociar el concepto raíz a una interpretación real.

De esta forma las conexiones y relaciones mostradas entre un contexto y otro facilitan el entendimiento del tema de la ecuación cuadrática.

Al abordar la ecuación cuadrática mediante conexiones y contextos se espera que el alumno identifique información relevante, plantee conjeturas y argumentos, utilice diversos escenarios y establezca conexión de

conceptos en diferentes contextos, y es posible alcanzar un aprendizaje que va más allá de una simple memorización o ejecución de fórmulas que no tienen ningún sentido para el estudiante.

Referencias

- [1] Alvarado, G. R. (2013). *Álgebra para preuniversitarios*. México, D.F.: Esfinge.
- [2] Álvarez, G. R., Cervantes, A. D., & Valdivia, J. M. (2012). *Mecánica*. México: Book Mart.
- [3] Arteaga, S. T., & Espinosa, J. A. (2012). *Cálculo*. México, D.F.: DGETI-SEP.
- [4] Baldor, A. (2010). *Álgebra*. México, D.F.: Patria
- [5] Carpitenteyro, E. (2012). *Álgebra y aplicaciones*. México, D.F.: Thomsom.
- [6] Leithold, L. (2010). *Funciones, límites y continuidad*. México, D.F.: Harla.
- [7] Martínez, L. V., & Garrido, M. M. (2013). *Álgebra*. México: Book Mart
- [8] Martínez, L. V., & Garrido, M. M. (2013). *Cálculo Integral*. México: Book Mart
- [9] Ochoviet, C. (2011). Algunos aspectos del desarrollo del pensamiento algebraico. *Revista de matemática educativa*, 23(3), 91-122. file:///C:/Users/Aula%207/Downloads/revista.pdf
- [10] Tippens, P. (2012). *Física: Conceptos y aplicaciones*. México, D.F.: Mc Graw Hill
- [11] Huertas, C. (2013). Ecuación lineal y cuadrática. Recuperado el 18 de junio de 2014 desde: <http://www.slideshare.net/Christiam3000/ecuacion-lineal-y-cuadratica>
- [12] Navarro, R. (2014). *Ecuaciones de segundo grado*. Recuperado el 30 de junio de 2014 desde: <http://books.google.com.mx/books?hl=en&lr=&id=eu-KAgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP3&dq=ecuaciones+de+segundo+grado&ots=wn-0rWSyIz&sig=Wng25s4xfeyTYmcI2yKUGAeru2Q#v=onepage&q=ecuaciones%20de%20segundo%20grado&f=false>
- [13] Méndez, T. O. (2012). Marco Figural como Medio para Factorizar Polinomios Cuadráticos. *Boletín de Educación Matemática*. 26(44), 1395-1416. <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291226280013.pdf>