https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa3/issue/archive

Con-Ciencia Boletín Científico de la Escuela Preparatoria No. 3

CON - CIENCIA

Publicación semestral, Vol. 8, No. 15 (2021) 7-10

ISSN: 2007-7653

Una revisión de las cónicas

A review conical's

Cecilio Tapia-Ignacio [a]

Abstract:

Some fundamental concepts of conics are presented. And how these can be identified by characteristic equations, typical of each conical. These concepts are fundamental in the sense that they form the basis for identifying a real locus. In particular, we begin to define the concept of conics, then we define each of them and we end by summarizing the characteristics of each one in a table.

Keywords:

Conical, circumference, ellipse, parabola, hyperbola

Resumen:

Se presentan algunos conceptos fundamentales de las cónicas. Y cómo éstas se pueden identificar mediante ecuaciones características, propias de cada cónica. Estos conceptos son fundamentales en el sentido de que constituyen la base para identificar un lugar geométrico real. En particular, comenzamos a definir el concepto de cónica, luego definimos cada una de ellas y finalizamos resumiendo las características de cada una en una tabla.

Palabras Clave:

Cónica, circunferencia, elipse, parábola, hipérbola

Introducción

Se llama cónica (o sección cónica) a las curvas resultantes de la intersección del cono y un plano. Este plano no debe pasar por el vértice (V).

Existen cuatro tipos de cónicas, según el ángulo del plano que intersecta con el cono y su base, ver Fig.1.

Circunferencia: es la intersección del cono con un plano paralelo a la base.

Elipse: intersección del cono con un plano oblicuo a la base y que no la corta en ningún momento.

Parábola: es la intersección del cono con un plano paralelo a su generatriz y que corta a la base.

Hipérbola: es la intersección de un cono recto y un plano cuyo ángulo es menor al de la generatriz del cono.

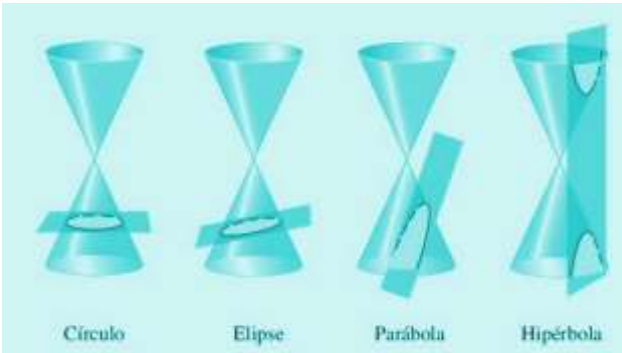

Figure 1. Secciones cónicas.

La ecuación de toda sección cónica se puede escribir de forma

$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$

donde $A\neq 0$ ó $C\neq 0$. El caso más simple es cuando $B=0$ ya que los ejes en el plano bidimensional donde se grafican las cónicas son horizontales o verticales.

[a] Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Email: cecilio_tapia@uaeh.edu.mx

Fecha de publicación: 05/01/2021

Definiciones

Circunferencia: es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que se conserva siempre a una distancia constante de un punto fijo de ese plano.

La superficie plana comprendida dentro de una circunferencia es el círculo.

Cuando A=C la ecuación $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$, representa de manera general una circunferencia.

La circunferencia cuyo centro es el punto (h,k) y cuyo radio es la constante r tiene ecuación:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Elipse: es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que la suma de sus distancias a dos puntos fijos de ese plano siempre es igual a una constante, mayor que la distancia entre los dos puntos. Los dos puntos fijos se llaman focos de la elipse.

Si A y C son del mismo signo, la ecuación $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$, representa una elipse de ejes paralelos a los coordenados, o bien un punto, o no representa ningún lugar geométrico real.

La ecuación de la elipse de centro en el punto (h,k) y eje focal paralelo al eje X, está dado por la forma ordinaria

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

Si el eje focal es paralelo al eje Y, su ecuación está dada por la forma ordinara

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$

Parábola: es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta.

El punto fijo se llama foco y la recta fija directriz de la parábola.

El punto fijo se llama foco y la recta fija directriz de la parábola.

Si A=0, C≠0 y D≠0, la ecuación $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ representa una parábola cuyo eje es paralelo a (o coincide con) el eje X.

Si A≠0, C=0 y E≠0, la ecuación $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ representa una parábola cuyo eje es paralelo a (o coincide con) el eje Y.

La ecuación de una parábola de vértice (h,k) y de eje paralelo al eje X, es de la forma:

$$(y-k)^2=4p(x-h)$$

Siendo p la longitud del segmento del eje comprendido entre el foco y el vértice. Si p>0, la parábola se abre hacia la derecha; si p<0, la parábola se abre hacia la izquierda.

Si el vértice es el punto (h,k) y el eje de la parábola es paralelo al eje Y, su ecuación es de la forma:

$$(x-h)^2=4p(y-k)$$

Si p>0, la parábola abre hacia arriba; si p<0, la parábola se abre hacia abajo.

Hipérbola: es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos del plano, llamados focos, es siempre igual a una cantidad constante, positiva y menor que la distancia entre los focos.
La hipérbola consta de dos ramas diferentes, cada una de longitud infinita.
Si los coeficientes A y C difieren de signo, la ecuación $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$, representa una hipérbola de ejes paralelos a los coordenados, o un par de rectas que se cortan.
La ecuación de una hipérbola de centro el punto (h, k) y eje focal paralelo al eje X, es de la forma:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

Si el eje focal es paralelo al eje Y, su ecuación es:

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

Comentarios finales

Las circunferencia, parábola, elipse e hipérbola se llaman secciones cónicas o, simplemente, cónicas. La ecuación general $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ representa una cónica. En casos excepcionales representa un punto, dos rectas coincidentes, dos rectas paralelas o dos rectas que se cortan.

Referencias

[1] Geometría Analítica. Charles H. Lehmann. Editorial Limusa Noriega Editores. 2005.

.

Anexo. Resumen relativo a las cónicas				
		Parábola	Elipse	Hipérbola
Definición				
Constantes		p= distancia del vértice al foco = distancia del vértice a la directriz Foco sobre el eje	2a= longitud del eje mayor 2b= longitud del eje menor 2c= distancia entre los focos $c^2 = a^2 - b^2$ Focos sobre el eje mayor	2a= longitud del eje transverso 2b= longitud del eje conjugado 2c= distancia entre los focos $c^2 = a^2 + b^2$ Focos sobre el eje transverso
Primera ecuación ordinaria Vértice de la parábola y centros de la elipse e hipérbola en el origen	Eje focal coincidente con el eje X	$y^2 = 4px$ Directriz: x = -p: foco (p,0)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Focos (c, 0), (-c, 0)	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Focos (c, 0), (-c, 0)
	Eje focal coincidente con el eje Y	$x^2 = 4py$ Directriz: y = -p: foco (0,p)	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ Focos (0, c), (0, -c)	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ Focos (0, c), (0, -c)
Segunda ecuación ordinaria Vértice de la parábola y centros de la elipse e hipérbola en el punto (h, k)	Eje focal paralelo al eje X	$(y-k)^2 = 4p(x-h)$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
	Eje focal paralelo al eje Y	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$	$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
Longitud del lado recto		4p	$2b^2/a$	$2b^2/a$
Excentricidad		e=1	e= c/a < 1 (Para la circunferencia, e=0)	e= c/a > 1
Ecuación general de la cónica que carece del término en xy. $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$		Ya sea A=0 ó C=0	A y C del mismo signo Para la circunferencia, A=C	A y C de distinto signo
Casos excepcionales		Dos rectas coincidentes; dos rectas paralelas (Ningún lugar geométrico)	Punto (Ningún lugar geométrico)	Dos rectas que se cortan