https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa4/issue/archive

Vida Científica Boletín Científico de la Escuela Preparatoria No. 4

Publicación semestral, Vol. 11, No. 21 (2023) 26-29

Vida Científica

ISSN: 2007-4905

Ley de Senos

law of sines

Oscar A. Muñoz-Herrerias [a]

Abstract:

Since its inception trigonometry was created as a science that studies triangles, by studying their internal, external angles and their respective segments, allowing the study of astronomy to be promoted, forecasting the trajectory and position of celestial bodies, thereby improvement among other things: to have greater precision in navigation, the calculation of time and calendars, using fundamentally right triangles and oblique triangles, being the one that does not have a right angle at any of its three angles and therefore cannot solve for the same theorems as that of the right triangle as the use of Pythagorean theorem or for trigonometric reasons, because of the above, the oblique triangles are solved by the law of sines and cosines, we will deal in this document in demonstrating the Breast law formula.

Keywords:

triangle, equality, equation, angle, segment

Resumen:

Desde su inicio la trigonometría se creó como una ciencia que estudia a los triángulos, mediante el estudio de sus ángulos internos, externos y sus respectivos segmentos, permitiendo impulsar el estudio de la astronomía, pronosticar la trayectoria y posición de los cuerpos celestes, con ello mejoro entre otras cosas: tener mayor precisión en la navegación, el cálculo del tiempo y calendarios, usando triángulos rectángulos de manera fundamental y de triángulos oblicuángulos, siendo aquel que no tiene un ángulo recto en ninguno de sus tres ángulos y en consecuencia no se puede resolver por los mismos teoremas que el del triángulo rectángulo como el uso de teorema de Pitágoras o por las razones trigonométricas, a razón de lo anterior, los triángulos oblicuángulos se resuelven por la ley de senos y cosenos, nos ocuparemos en este documento en demostrar la fórmula de la ley de senos.

Palabras Clave*:*

triángulo, igualdad, ángulo, segmento, ecuación

Introducción

Para un triángulo oblicuángulo, es aquel que no tiene un ángulo recto, con la finalidad de demostrar la ley de los senos utilizaremos un triángulo oblicuángulo cualesquiera, iniciamos utilizando el plano cartesiano trazando un triángulo y definiendo sus tres puntos A, B, C con sus respectivos segmentos y se representan con letras minúsculas considerando la letra de su respectivo ángulo (A, B, C) que están en lo opuesto. Tenemos un triángulo oblicuángulo delimitado por los puntos ABC, con lados a, b, c y ángulos A, B, C. Para poder trabajar con la razón trigonométrica del seno, se traza una línea perpendicular al eje de las X (altura) con dirección al ángulo opuesto C, de esta amanera obtendremos dos triángulos rectángulos como se muestra en la figura 1.

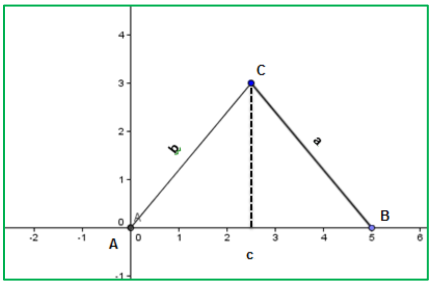

Figura 1

[a] Oscar Agustín Muñoz Herrerías, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Escuela Preparatoria Número 4, Email: omherrerias@uaeh.edu.mx

Fecha de publicación: 05/01/2023

Donde inicia la perpendicular del eje de las X con dirección al ángulo C (altura), ubicamos un punto K, dando el triángulo rectángulo AKC y otro más KBC; determinamos para cada triángulo el seno del ángulo A y el seno del ángulo B, respectivamente, teniendo en común el segmento KC y lo denominamos con la letra **h** siendo la altura de los dos triángulos antes descritos, así como lo indica la figura 2.

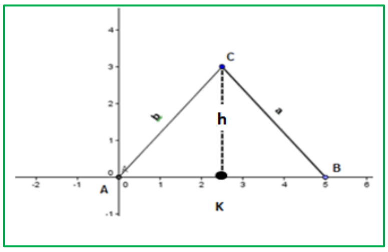

Figura 2

Para el triángulo AKC figura 3

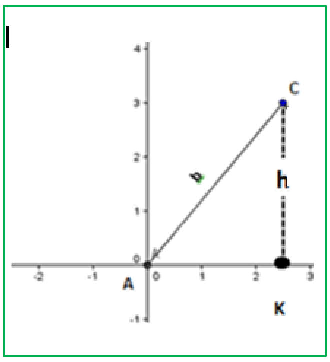

Figura 3

A= ángulo
B= hipotenusa
H= altura, cateto opuesto
AK=segmentación, cateto adyacente.

Recordar que el $\text{Sen } \propto = \frac{\text{co}}{\text{H}}$

A partir del triángulo rectángulo anterior AKC: $\text{Sen A} = \frac{\text{h}}{\text{b}}$

Despejamos a la altura en cada razón, ya que es común en ambos triángulos:

b Sen A = h

h= b SenA

Para el segundo triángulo rectángulo, figura 4

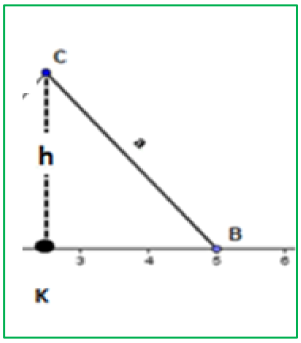

Figura 4

B = ángulo
a = hipotenusa
h =altura, cateto opuesto
KB = segmento, cateto adyacente

A partir del triángulo rectángulo anterior KBC: $\text{Sen B} = \frac{\text{h}}{\text{a}}$

Despejamos a la altura en cada razón, ya que es común en ambos triángulos:

a Sen B = h

h = a Sen B

La altura para cada triángulo rectángulo, con respecto a sus valores:

h = b Sen A
h = a Sen B

Como la altura es la misma para ambos triángulos rectángulos, establecemos una igualdad:

h = h
b Sen A = a Sen B

Despejamos, dejando a cada ángulo su cateto correspondiente, obteniendo una igualdad, la cual corresponde a la ley de senos de los dos triángulos rectángulos con respecto al ángulo A y el ángulo B:

$$\frac{\text{Sen A}}{\text{a}} = \frac{\text{Sen B}}{\text{b}}$$

Para determinar la relación del seno del ángulo C con respecto al ángulo B, trazamos una línea perpendicular del segmento **(a)** con dirección al ángulo opuesto **(A)**, ubicando el punto **K**, la cual es la altura (h) con esta línea prependicular se obtienen dos triángulos rectángulos: el triángulo AKC y el triángulo ABK, como muestro en la figura 5

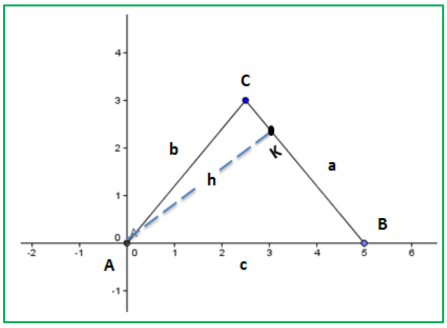

Figura 5

Para el triángulo **AKC**
Con respecto al ángulo C:
C= ángulo de referencia
h= Cateto opuesto
b= Hipotenusa

$$\text{Sen} = \frac{\text{co}}{\text{h}}$$
$$\text{Sen C} = \frac{\text{h}}{\text{b}}$$

Despejando la altura (h)

$$\text{bSenC} = \text{h}$$
h= b Sen C

Para el triángulo **ABK**
Con respecto al ángulo C:
B= ángulo de referencia
h= Cateto opuesto
c= Hipotenusa

$$\text{Sen} = \frac{\text{co}}{\text{h}}$$
$$\text{Sen B} = \frac{\text{h}}{\text{c}}$$

Despejando la altura (h)

C SenB = h
h = c Sen B

Igualando la altura de los dos triángulos rectángulos:
h = h

b Sen C = cSen B

Despejamos, dejando a cada ángulo su cateto correspondiente mediante la igualdad, la cual corresponde a la ley de senos de los dos triángulos rectángulos con respecto al ángulo B y el ángulo C:

$$\frac{\text{Sen C}}{\text{c}} = \frac{\text{Sen B}}{\text{b}}$$

Por lo que mediante el triángulo oblicuángulo inicial con los ángulos: A,B,C y lados: a, b, c marcados y explicados anteriormente, obtenemos la ley de los senos:

$$\frac{\text{Sen A}}{a} = \frac{\text{Sen B}}{\text{b}} = \frac{\text{Sen C}}{\text{c}}$$

Para utilizar este método se debe de conocer los valores de 3 de 4 variables, como:

a) LLA dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos.
b) AAL dos ángulos y cualquier lado opuesto a uno de ellos.
c) ALA dos ángulos y cualquier lado opuesto a uno de ellos.

L= lado
A= ángulo
Aplicándose acorde a lo anterior:

$$\frac{\text{Sen A}}{\text{a}} = \frac{\text{Sen B}}{\text{b}}$$
$$\frac{\text{Sen A}}{\text{a}} = \frac{\text{SenC}}{\text{c}}$$
$$\frac{\text{Sen B}}{\text{b}} = \frac{\text{SenC}}{\text{c}}$$

Referencias

[1] Carrasco, P. I. (2006). Geometría y trigonometría. México: THOMSON.

[2] Cole, S. y. (2001). Trigonometría. En S. y. Cole, Trigonometría (págs. 254-255). México: THOMSON.

[3] SWOKOWSKI. (1998). Algebra y trigonometría. México: THOMSON.

.