https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa4/issue/archive

Vida Científica Boletín Científico de la Escuela Preparatoria No. 4

Publicación semestral, Vol. 14, No. 27 (2026) 40-43

Vida Científica

ISSN: 2007-4905

Derivada: un nuevo enfoque

Derivative: a new approach

Pedro J. Soto-Pedraza [a]

Abstract:

When we begin to address the fundamental operation of differential calculus, we assume the analytical complexity involved in developing it. However, it is a mistake to believe that understanding a derivative is limited to an analytical mechanism for manipulating and simplifying an algebraic or transcendental function, since the true impact of this operation is its application, which can be easily carried out if its concept and nature are understood.

Keywords:

Derivative, function, application, concept.

Resumen:

Al empezar a abordar la operación fundamental del cálculo diferencial, asumimos la complejidad analítica que conlleva desarrollarla, sin embargo, es un desacierto creer que entender una derivada sólo se limita a un mecanismo analítico para manipular y simplificar una función algebraica o trascendental, ya que el verdadero impacto de esta operación es su aplicación, la cual se podrá llevar a cabo con facilidad si se comprende su concepto y naturaleza.

***Palabras Clave**:*

Derivada, función, aplicación, concepto.

Introducción

Una de las opiniones que desafortunadamente caracterizan al curso de cálculo diferencial es que es un área sumamente difícil, lo cual desmotiva al alumno y lo hace mantener una idea de que tiene contenidos difíciles de entender para él. Parte de lo anterior se debe a que los alumnos pretenden abordar esta operación fundamental sólo como una mecanización algebraica, muchas veces bastante difusa, sin embargo, además de la importancia que tiene un manejo sólido del álgebra, el conseguir entender ¿qué es? Y ¿para qué sirve una derivada?, puede garantizar no sólo la suficiente motivación para abordar el área sin prejuicios, sino que también aporta una base sólida que permitirá establecer las conexiones con los temas de áreas esenciales, como álgebra, geometría analítica y el precálculo, facilitando así la comprensión de la lógica que hay detrás de cada procedimiento, y además permitirá deducir y efectuar con facilidad los métodos de aplicaciones de la misma.

Definiciones y conceptos

Empecemos por reflexionar, ¿qué actividad hacemos al desarrollar el tema de la derivada de una función?, es común que simplemente nos enfoquemos en la mecanización de la aplicación de un formulario preestablecido; lo cuál no está del todo mal, sin embargo, la realidad es que comenzamos con una función (posiblemente desconocida) y posterior a un método, llegamos a otra función, la cual, muchas veces, no tiene ningún significado o ninguna lógica, y al carecer de un significado, dicha expresión resultante corta la conexión con los temas anteriores y siguientes. Así que, ¿qué significado debe de tener la expresión a la que llegamos después de derivar?,. Para ello, es fundamental

[a] Pedro de Jesús Soto Pedraza, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Preparatoria Número 4 | Pachuca de Soto, Hidalgo | México, https://orcid.org/0000-0003-3442-1850, Email: pedro_soto@uaeh.edu.mx

Fecha de recepción: 03/04/2025, Fecha de aceptación: 27/10/2025, Fecha de publicación: 05/01/2026

DOI: https://doi.org/10.29057/prepa4.v14i27.14746

retroalimentar algunos conceptos previos, sumamente importantes:

- **Tangencialidad de una recta a una curva**: una recta es tangente a una curva, si la toca en un solo punto. Como lo muestra la *Figura 1*.

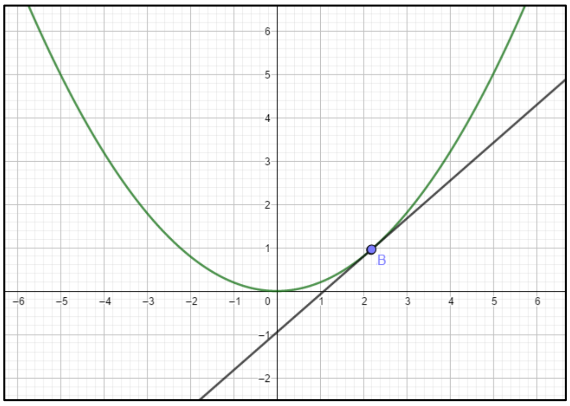

Figura 1: Recta tangente a una curva, ya que la toca en un solo punto.

- **Pendiente de la recta**: la pendiente es el grado de inclinación que describe el desfase vertical y horizontal entre dos puntos como el cambio en "y" con respecto al cambio en "x", como se observa en la *Figura 2*. Geométricamente la pendiente m es:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

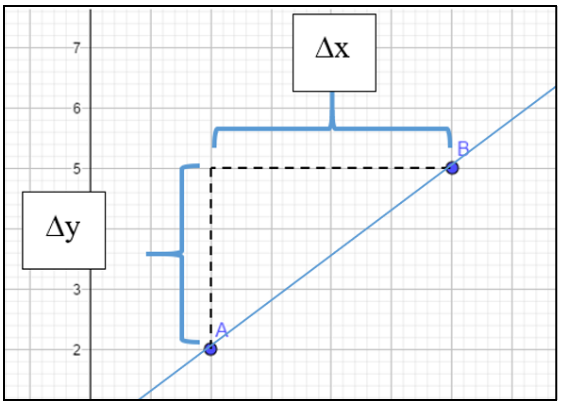

Figura 2. La pendiente de una recta relaciona al cambio/incremento en "y" con respecto al cambio/incremento en "x".

- **Límite**: en el cálculo, un límite se debe de entender como una **aproximación** definitiva del valor de una función, cuando su variable independiente, a su vez, se aproxima a otro valor señalado.

En la *Figura 3* se observa un ejemplo gráfico del límite de una función, cuando su variable independiente se aproxima a un valor.

Figura 3 Gráfica en donde el límite de una función racional, que es igual a 2 cuando "x" tiende a infinito.

Es así que se podría comprender el concepto de la Derivada desde la comprensión de los elementos anteriores:

Una derivada se puede definir desde dos diferentes perspectivas (una geométrica o gráfica y una analítica), las cuales, desde su esencia, se conectan complementándose en la comprensión de esta.

Desde una perspectiva geométrica, la derivada se define como "*la pendiente de una recta tangente a una curva*". Mientras que. desde una perspectiva analítica, la derivada se define como "*el límite del incremento en "y" (Δy), con respecto al incremento en "x" (Δx), cuando el incremento en "x" tiende a ser cero*". ($\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$).

De las definiciones anteriores se comprueba cómo es que la derivada tiene una relación directa con la tangencialidad, la pendiente y el concepto de límite.

La Derivada se conoce como la operación fundamental del Cálculo Diferencial, ya que se sabe que el cálculo es la rama de las matemáticas que estudia el cambio de variables de una función, lo cual se puede llevar a cabo mediante la determinación de la derivada, ya que esta, analiza y describe el cambio que se produce en la variable dependiente cuando existe un cambio mínimo en la variable independiente. Dicho cambio, no es otra cosa que la relación entre los ejes vertical y horizontal, es decir, la pendiente.

Otro enfoque de la Derivada

Es común que después de analizar algunos conceptos básicos, el alumno dé paso a la parte práctica, en la cual, durante su aprendizaje sería un desacierto desconectar los conceptos vistos de inicio, de la aplicación de las fórmulas de las derivadas, las cuales se caracterizan por ser una parte meramente práctica. Más allá de la aplicación de las fórmulas y determinación de una expresión algebraica a la que le llamamos "derivada de la función", este documento tiene como objetivo que el alumno sepa ¿qué es lo que significa la expresión que está determinando?, ¿qué sentido tiene?, y después de su determinación, ¿qué se puede hacer? Si tomamos en cuenta la definición compuesta de la derivada, esta es *la pendiente de la recta que toca a la curva en un solo punto*, sin embargo, cualquier curva consta de una interminable cantidad de puntos, es decir, que puede haber también un sinfín de posibles pendientes a analizar dependiendo de qué punto o valor sobre el eje "x" sea el que se considere como único punto que toque a la curva. Sin embargo, para todas esas posibles pendientes, se puede conocer su valor exacto solamente conociendo y sustituyendo el valor del punto en donde se presente la tangencialidad, por lo que, para dar respuesta a la última pregunta realizada, la expresión o función algebraica/trascendental obtenida como la derivada de una función, (a la que se le puede llamar $f'(x)$, o simplemente y'), es realmente lo que se puede entender como **una fórmula que ayuda a obtener la pendiente** para la función originalmente presentada ($f(x)$), en donde **solamente se debe de sustituir en dicha función obtenida el valor deseado de "x" que será el punto de tangencialidad con la curva**. Por ejemplo: en la función $y = x^2$, se sabe que, al derivar, el valor obtenido de $y' = 2x$, lo que significa que la expresión $2x$ es fórmula para encontrar la pendiente sobre la curva de la función $y = x^2$, dependiendo del punto donde se espera que ocurra la tangencialidad, es decir, si se quiere saber el valor de la pendiente de dicha función, cuando $x = 4$, se sustituye el valor de 4 en la función derivada y', es decir:

Para encontrar la pendiente de $y = x^2$ cuando $x = 4$:

Derivada ➔ $y' = 2x$ y sustituyendo:

Pendiente = $2(4) = 8$

En donde lo anterior quiere decir que, en la función $y = x^2$ la pendiente de la recta que toca a dicha curva cuando el punto de tangencialidad se da en $x = 4$, es igual a 8 (es decir, que dicha recta recorrería de un punto a otro 8 unidades en "y" mientras que recorrería 1 unidad en "x"). Si se quisiera encontrar la pendiente cuando $x = 5$ se sustituiría $pendiente = 2(5)$ obteniendo una pendiente de 10.

Lo anterior debe eliminar esa falta de significado que solamente puede consistir en únicamente encontrar la función derivada, sin aplicarla.

Aplicaciones e interpretaciones

El hecho de conocer el significado de la obtención de la derivada, hace aún más fácil deducir y entender las posibles aplicaciones de la misma. Por ejemplo, es sabido que una de sus más famosas aplicaciones la obtención de máximos y mínimos, en la cual, si se sabe que se va a analizar la función desde un sentido gráfico, en primera instancia se deriva la función inicial para establecer la expresión equivalente a la pendiente en cualquier punto de "x", y una vez hecha la derivada, el paso siguiente, que es igualar a cero, adquiere toda la lógica si es que se desea encontrar un máximo o un mínimo, ya que es sabido y comprendido gráficamente que cuando una recta es tangente al vértice de una curva vertical, dicha recta es totalmente horizontal, lo cual quiere decir que su pendiente es igual a cero, como se observa en la *Figura 4*. Y al resolver la ecuación que se genere al igualar a cero, se encontrarán los valores en "x" donde se tienen los máximos y los mínimos.

Por otro lado, también otra de las aplicaciones más prácticas para la derivada es aquella donde se encuentra la velocidad instantánea de un móvil que va acelerando. Para ello, es útil reflexionar que, si se muestra en una gráfica distancia vs tiempo, para los recorridos de un móvil, al tener como gráfica una recta, se puede establecer que la velocidad es constante, ya que presenta recorridos de distancias iguales en tiempos iguales; mientras que, si fuera una línea curva, eso quiere decir que existe una aceleración, es decir, un cambio de velocidades, sin embargo, en ambos casos, la pendiente de la línea de la gráfica va a ser igual a la diferencia en el eje vertical (distancia en m) entre la diferencia en el eje horizontal (tiempo en s), es decir, la pendiente es igual a distancia sobre tiempo, o lo que es lo mismo, la pendiente de la línea es igual a la velocidad del móvil. Pero ya que en el segundo caso se trata de una línea curva y la velocidad va cambiando a cada instante, la velocidad instantánea será igual a la pendiente de la recta que es tangente a la curva de movimiento, en donde la tangencialidad se presentará en el punto cuyo valor de "x" sea el del punto en el tiempo en que se desee conocer la velocidad instantánea. Por ejemplo, supongamos que la relación de distancia contra tiempo en el movimiento de un móvil, se describe en la siguiente curva, dada por la función:

$$f(x) = 0.2x^2$$

Tal como se observa en la *Figura 4*, la función anterior describe en la gráfica el movimiento del móvil mediante una curva, ya que existe una aceleración.

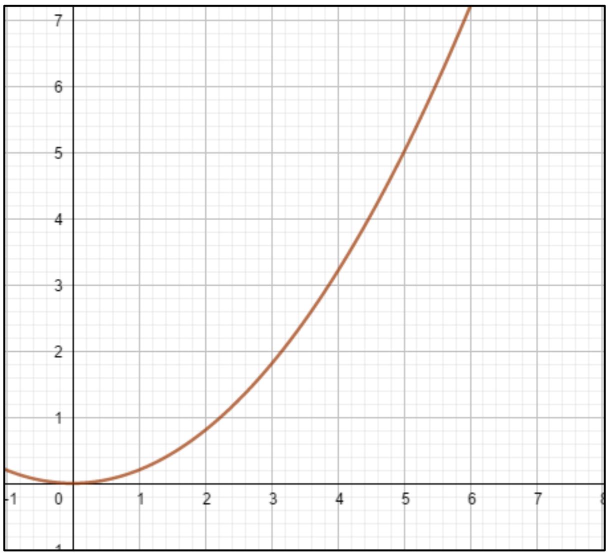

Figura 4: Curva que describe un movimiento acelerado por medio de la función y=0.2x^2.

Si para el movimiento anterior, se desea conocer la velocidad que tiene en el instante en que se ha cumplido el tiempo igual a 3 segundos, se debe obtener la fórmula de la pendiente en cualquier punto para dicha función, es decir, la Derivada de la función, la cual sería:

$$\frac{d}{dx}0.2x^2 = 0.4x$$

Lo cual quiere decir que, para conocer la pendiente en de la curva anterior en el punto donde el tiempo es igual a 3 segundos, se debe sustituir al punto sobre el eje horizontal (tiempo) por el valor de $x = 3$ obteniendo así lo siguiente:

$$v = pendiente = 0.4(3) = 1.2\ \frac{m}{s}$$

Ya que mediante la interpretación de la gráfica, se sabe que la pendiente es igual a la velocidad ($m = v$), eso quiere decir que, al ser la derivada lo mismo que la pendiente y, a su vez al ser esto igual que la velocidad, se sabrá que, para el movimiento descrito por la curva de la *Figura 4*, la velocidad que se tiene en el instante en que el tiempo es igual a 3 segundos, es igual a 1.2 m/s, como se ilustra en la *Figura 5*:

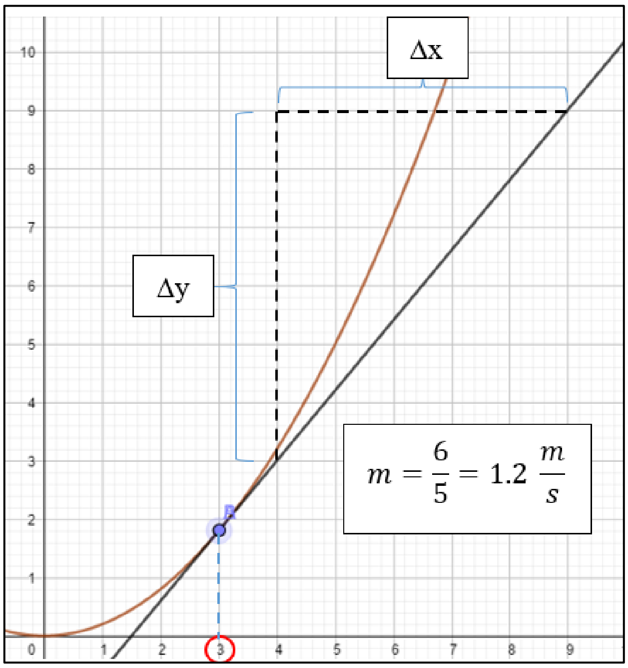

Figura 5: Pendiente de la recta tangente a la curva en $x = 3$, donde el valor de la pendiente o velocidad instantánea es 6/5 = 1.2 m/s

Conclusión

EL manejo y aplicación de la derivada se puede potenciar si es que se conoce cuál es su significado gráfico y analítico, así como también para establecer un correcto aprendizaje sobre el proceso de derivación, es importante asociar y recordar que la función obtenida como la primera derivada es la expresión generalizada que determina la pendiente de la curva en cualquier punto de “x”.

Así es como se puede combinar y potenciar el conocimiento práctico con el conocimiento teórico.

Referencias

[1] Granville, W. A. (2014). Cálculo Diferencial e Integral. México, D. F.: Limusa.

[2] Pérez, M. H., (2016). Física General, México D. F.: Patria

[3] Swokowski, E. W., & Cole, J. A. (2011). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México, D. F.: Cengage Learning.