https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa4/issue/archive
Vida Científica Boletín Científico de la Escuela Preparatoria No. 4
Publicación semestral, Vol. 14, No. 27 (2026) 48-49
Vida Científica
ISSN: 2007-4905

Solución de una integral de diferencial trigonométrica inversa

Solution of an inverse trigonometric differential integral

Juan C. Soto-Romero [a]

Abstract:

This paper shows the steps involved in solving the integral of an inverse trigonometric differential, where the artifice of integration by parts must be applied. These steps show different algebraic techniques for reducing and conditioning the differential, as well as the process of completing the integral and solving the new integral, which is obtained from the integral by parts, by applying a direct formula for integrals of differentials that contain sums or differences of squares.

Keywords:

Integral, Inverse trigonometric differential integral, Integral calculus, differentials, math.

Resumen:

El presente trabajo, muestra los pasos a seguir en la solución de la integral de una diferencial trigonométrica inversa donde se debe de aplicar el artificio de integración por partes. En estos pasos, se pueden observar diferentes técnicas algebraicas para reducción y acondicionamiento de la diferencial, así como el proceso de completar la integral y resolver la nueva integral, que se obtiene de la integral por partes, mediante la aplicación de una fórmula directa de integrales de diferenciales que contienen sumas o diferencias de cuadrados.

Palabras Clave:

Integral, Integral de diferenciales trigonométricas inversas, Cálculo Integral, Diferenciales, Matemáticas.

El siguiente documento presenta una estrategia para dar solución a la integral de una diferencia trigonométrica inversa, aplicando la integral por partes.

Para ello se demostrará que:

$$\int arc\,sec\,4x\,dx = x\,arc\,sec\,4x - \frac{ln\left|4x + \sqrt{16x^2 - 1}\right|}{4} + c$$

Dado que, el tipo de función no se puede integrar de forma directa, es necesario aplicar un artificio de integración, que, para este caso, se aplica la integral por partes:

1. El artificio de integración por partes se escribe como:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

2. Dado que una función trigonométrica inversa no se puede integrar y solo se puede derivar, se aplica la integral por partes, la cuál indica que la variable “u” se deriva y el diferencial de “v”, se integra. Aplicando esta descripción se obtiene que:

$$u = arc\,sec\,4x \qquad dv = dx$$

3. Para derivar la variable “u”, se utiliza:

$$\frac{d}{du}\,arc\,sec\,v = \frac{\frac{dv}{dx}}{v\sqrt{v^2 - 1}}$$

[a] Juan Carlos Soto Romero, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Preparatoria Número 4 | Pachuca, Hidalgo | México, https://orcid.org/0000-0003-3065-1675, Email: jcsoto@uaeh.edu.mx

Fecha de recepción: 19/09/2025, Fecha de aceptación: 27/10/2025, Fecha de publicación: 05/01/2026

DOI: https://doi.org/10.29057/prepa4.v14i27.16046

4. Se obtiene la derivada considerando que para dicha fórmula $v = 4x$

$$du = \frac{\frac{d}{dx}\ 4x}{4x\sqrt{(4x)^2 - 1}}$$

$$du = \frac{4\ dx}{4x\sqrt{16x^2 - 1}}$$

5. Recopilando información, se tiene que:

$$u = arc\,sec\,4x \qquad \int dv = \int dx$$

$$du = \frac{4\ dx}{4x\sqrt{16x^2 - 1}} \qquad v = x + c$$

6. Aplicando la fórmula de integral por partes:

$$(arc\,sec\,4x)\ (x) - \int (x) \left(\frac{dx}{x\sqrt{16x^2 - 1}}\right)$$

7. Se suprimen paréntesis y se simplifica:

$$x\ arc\,sec\,4x - \int \frac{dx}{\sqrt{16x^2 - 1}}$$

8. *Para dar solución a la nueva integral, se aplica una fórmula de integración directa:*

$$\int \frac{dv}{\sqrt{v^2 \pm a^2}} = ln\left|v + \sqrt{v^2 \pm a^2}\right| + c$$

9. *Para dicha integral se considera que:*

$$v^2 = 16x^2 \qquad a^2 = 1$$
$$v = 4x \qquad a = 1$$
$$dv = 4\ dx$$

10. Dado que $dv = 4\ dx$, se completa la integral:

$$x\ arc\,sec\,4x - \frac{1}{4}\int \frac{4\ dx}{\sqrt{16x^2 - 1}}$$

11. Aplicando la fórmula se obtiene:

$$x\ arc\,sec\,4x - \frac{1}{4} ln\left|4x + \sqrt{16x^2 - 1}\right| + c$$

12. Por último, se obtiene:

$$x\ arc\,sec\,4x - \frac{ln\left|4x + \sqrt{16x^2 - 1}\right|}{4} + c$$

Referencias

[1] Aguilar Marquez, A., Bravo Vázquez, F., Gallegos Ruiz, H., Cerón Villegas, M., & Reyes Figueroa, R. (2009). Matemáticas simplificadas (Cuarta ed.). México: Pearson

[2] Stewart, J. (2013). Cálculo, trascendentes tempranas. México: CENGAGE Learning