https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/prepa4/issue/archive

Vida Científica Boletín Científico de la Escuela Preparatoria No. 4

Publicación semestral, Vol. 10, No. 20 (2022) 22-24

Vida Científica

ISSN: 2007-4905

"El infinito en tus manos": Total de estados posibles en el cubo de Ribik

"Infinity in your hands": Total possible cases in Rubik's cube

Pedro J. Soto-Pedraza [a]

Abstract:

This writing is based on the video of the popular Spanish youtuber on Rubik's cubes "TheMaoiSha", who inspired the realization of a work that combines the mathematical techniques of permutations of cases, with the fun toy that breaks our heads and it helps us to think and coordinate our mind and movements, Rubik's cube of "3X3X3", but with the 6 centers, 12 edges and 8 corners, how many different states in total can be determined by rotating the cube? Is it possible to cover all those states?

Keywords:

Permutations, Different states/cases, centers, edges, corners.

Resumen:

El presente escrito está basado en el video del popular *youtuber* español sobre cubos de Rubik "TheMaoiSha", quien inspiró a la realización de un trabajo que combina las técnicas matemáticas de permutaciones de casos, con el divertido juguete que nos rompe la cabeza y nos ayuda a pensar y coordinar nuestra mente y movimientos, el cubo de Rubik de "3X3X3", pero con los 6 centros, 12 aristas y 8 esquinas, ¿Cuántos estados diferentes en total se pueden determinar al girar el cubo? ¿Es posible abarcar todos esos estados?

***Palabras Clave**:*

Permutación, Estados/Casos diferentes, centros, aristas, esquinas.

Introducción

¿Qué pensarías si te dijeran que tienes el infinito en tus manos? Así es, concretamente, gracias a un objeto el cual apenas excede los 5 cm de arista.

Estamos hablando del famoso cubo de Rubik, creado en la década de los 80's por el profesor, arquitecto y escultor Ernö Rubik. (Carlson, 2021); cuya versión original es la representación de un cubo conformado por 3 piezas por cada arista, razón por la que comúnmente es llamado "cubo de 3X3X3" esto nos da como resultado 6 centros fijos, 12 aristas y 8 esquinas, ambas últimas, movibles; cuya estructura permite realizar giros modificando la posición espacial de cada una de las piezas, y cuyo desorden es fácil de observar gracias a un código de colores estándar para cada cara del cubo.

Mediante las cantidades, y posiciones posibles de cada pieza del cubo de Rubik, podemos obtener un total de casos que, por su enorme magnitud, puede ser asociado o aproximado al infinito, es decir, una cantidad increíblemente grande de casos, la cual, expresada en notación científica es aproximadamente $43 X10^{18}$ casos. Pero, ¿Cómo es que se calcula dicha cantidad?

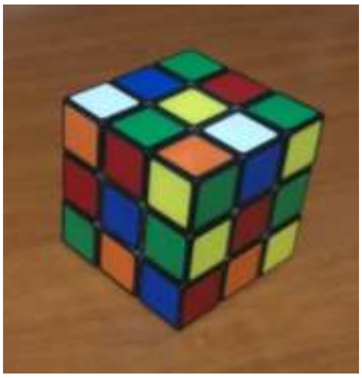

Imagen 1. Cubo de Rubik en uno de sus estados desordenados.

Determinación del número de casos

[a] Pedro de Jesús Soto Pedraza, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo Escuela Preparatoria Número 4, https://orcid.org/0000-0003-3442-1850, Email: pedro_soto@uaeh.edu.mx

Fecha de publicación: 05/07/2022

Antes de iniciar con el cálculo, es conveniente recordar ciertos conceptos de Probabilidad y Estadística, para poder calcular un total de formas diferentes de organización de objetos. Propiamente llamada “permutación”, que se refiere a la ordenación u organización de todos los elementos de un conjunto (Fuenlabrada , Vivanco Ocampo, & Brito Barrera, 2008).

Ejemplo: Si quisiéramos saber cuántas son todas las formas posibles en las que se pueden ordenar los siguientes **tres** símbolos: ✂☎🕔 . Podemos probar con la representación manual.

✂☎🕔
✂🕔☎
☎✂🕔
☎🕔 ✂
🕔✂☎
🕔☎✂

Obteniendo un total de 6 formas diferentes, sin embargo, al usar para cada una de esas formas los mismos símbolos, se dice que son una misma combinación de símbolos, pero de 6 diferentes permutaciones.
Dichas permutaciones, son fáciles de obtener, si sabemos el total de elementos que se van a ordenar de manera diferente. En el caso del ejemplo, se mostraron 3 símbolos, que al ordenarlos de manera diferente se obtienen 6 permutaciones, las cuales se pueden obtener del cálculo de 3! (tres factorial), el cual es igual a (3)(2)(1)=6, es decir, si se quisieran obtener las permutaciones totales que se pueden formar con 4 elementos, éstas serían 24, es decir 4! = (4)(3)(2)(1)=24.

Es así que, según el youtuber TheMaoiSha (2016), la manera de determinar el número total de casos posibles en el cubo de Rubik se basa en la siguiente lógica:

- ✓ Se tienen 8 esquinas, y 12 aristas, que son las piezas móviles de las cuales se pueden generar posiciones diferentes, (no se consideran los centros, ya que son piezas fijas).
- ✓ Debido a su posible acomodo espacial, esas 8 esquinas podrían estar en un número específico de casos, para lo que se determinaría el número de permutaciones de esquinas posibles, que producirían un factor de 8! (ocho factorial), es decir (8)(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1) = 40320.
- ✓ Donde a su vez, cada esquina tiene 3 orientaciones posibles. Es decir, a cada una de las 8 esquinas, le consideraremos 3 posibles casos, por lo que sería interpretado como un factor (3)(3)(3)(3)(3)(3)(3)(3)= 3^8.
- ✓ Hablando ahora de las aristas, se tienen 12 aristas (elementos), por lo cual el número de permutaciones que se podrían obtener con dichos elementos serían 12!, es decir, (12)(11)(10)(9)…(3)(2)(1)=479,001,600, que sería otro factor que se consideraría cada vez en los factores anteriormente calculados.
- ✓ Debido a que las aristas solo pueden tener 2 orientaciones posibles, es decir, a cada una de las 12 aristas se le consideran 2 posibles casos, un factor más sería: (2)(2)(2)(2)(2)(2)(2)(2)(2)(2)(2)(2)= 2^{12}.
- ✓ Hasta el momento se obtiene una cantidad dada por (8!)(3^8)(12!)(2^{12})
- ✓ Sin embargo, es importante tener en cuenta que, de los anteriores casos, se han considerado algunos cuya ocurrencia física es imposible en el tipo de giro de las piezas en el cubo de Rubik, es decir, giros, orientaciones o acomodos que físicamente no son accesibles.
- ✓ En el caso de las esquinas, 1 de cada 3 acomodos son accesibles, por lo que, a nuestro resultado anterior, lo dividiremos entre 3.

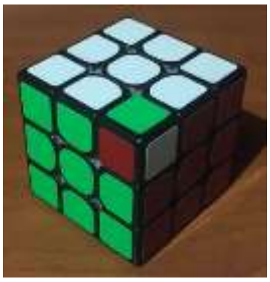

Imagen 2. Ejemplo de estado imposible de acceder en la colocación de una esquina mientras que todas las otras piezas están bien colocadas.

- ✓ En el caso de las aristas, 1 de cada 2 acomodos son accesibles, por lo que también al resultado anterior se divide entre 2.

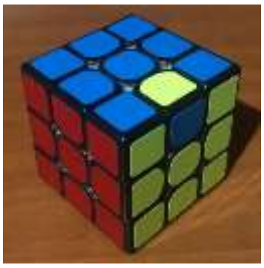

Imagen 3. Ejemplo de estado imposible de acceder en la colocación de una arista mientras que todas las otras piezas están bien colocadas.

- ✓ Finalmente, en el caso del cubo de Rubik, existe un fenómeno llamado estado de paridad, el cual es llamado así ya que solo se presenta en cubos de número de piezas por arista par, y que por ende, nunca se presentaría en un cubo con un número de piezas por arista impar, por lo que casos donde se tiene la solución del cubo menos dos aristas mal, o dos esquinas mal, jamás se presentaría de forma físicamente accesible en un cubo impar. Por lo que la mitad de los casos restantes en el cubo de Rubik también serían físicamente prohibidos o inaccesibles, es así que a la cantidad anterior se le divide nuevamente entre 2.

Imagen 4. Ejemplo de estado imposible de paridad en un cubo de piezas impares por arista mientras que todas las otras piezas están bien colocadas.

- ✓ Es así que el número de estados posibles a los que se pueden acceder en un cubo de Rubik de 3X3X3 es de:

$$\frac{8! \cdot 3^8 \cdot 12! \cdot 2^{12}}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 43{,}252{,}003{,}274{,}489{,}856{,}000$$

Una cantidad que sin duda apoya la afirmación de la frase que menciona que tomar un cubo de Rubik es "tener el infinito en tus manos".

Conclusiones

Ahora bien, sabiendo que es ese el número total de casos accesibles en el cubo de Rubik, resulta un poco difícil imaginar que en todos los años que te dediques a desordenar y resolver cubos de Rubik de 3X3X3 vayas a abarcar un mínimo porcentaje del total de casos, lo cual significa que seguirán existiendo miles de millones de estados a los que, por más que giremos las piezas del cubo, nos van a seguir faltando por visitar.

Si consideramos que, ciertos ordenadores con una programación de algoritmos y restricciones compleja pueden determinar el máximo número de movimientos optimizados desde el estado más lejano (o complejo) al estado resuelto, obteniendo 20, quiere decir que, al usar el método óptimo de solución, solo hace falta realizar 20 giros como máximo para poder llegar al estado resuelto. Y considerando también que, según el periódico *La vanguardia*, (2020) el actual récord de *speedcubing* en cubos de 3X3X3 a la fecha de escrito este documento, es de 5.9 segundos; se podría asumir en valores promedios que, una solución óptima de 20 giros se puede realizar en aproximadamente 6 segundos, lo que resulta en 3.333 giros por segundo.
Ahora bien, si cada estado del cubo implicara un solo giro, a una velocidad de speedcubing, tardarías aproximadamente $4X10^{11}$ años en haber visitado todos los estados posibles del cubo de Rubik.

Sin duda alguna, eso es tener "el infinito en tus manos".

Referencias

1) Carlson, C. (2021). El cubo de Rubik: historia, tipos y cómo resolverlo. Kindle.
2) Fuenlabrada , V. I., Vivanco Ocampo, B., & Brito Barrera, L. (2008). Probabilidad estadística. México, D.F.: Mc Graw Hill.
3) La vanguardia. (9 de Noviembre de 2020). Deportes. Obtenido de Récord mundial: Max Park consigue armar un cubo de Rubik en 5,9 segundos: https://www.lavanguardia.com/deportes/20201109/49337952038/max-park-record-mundial-velocidad-cubo-de-rubik.html#:~:text=Max%20Park%20se%20ha%20proclamado,a%20lo%20largo%20del%20mundo.
4) TheMaoiSha. (16 de Diciembre de 2016). CEBOLLAZO! Siente el INFINITO entre tus Manos con un Cubo de RUBIK! Pontevedra|, España. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=QWHY1SPb7VQ