

Análisis de errores matemáticos

Mathematical error analysis

Cliffor J. Herrera Castrillo ^a

Abstract:

Mathematical errors are an opportunity to strengthen learning, since they reflect how students construct their knowledge. Factors such as anxiety, fear of making mistakes and inadequate teaching styles influence their appearance. These errors are classified as conceptual, technical, procedural and interpretive, among others. Common examples include the deformation of theorems, the misuse of definitions and the incorrect application of mathematical rules and procedures. To overcome these obstacles, the teacher must design didactic strategies that allow him/her to identify, analyze and correct the errors, guiding the student towards a proper understanding. This approach helps not only to correct specific errors, but also to develop critical skills, improving students' ability to reason, reflect and make informed decisions in mathematics. In this way, mistakes become valuable tools that contribute to more effective teaching and deeper learning, turning each mistake into an opportunity for growth.

Keywords:

Mathematical errors, learning, classification, didactic strategies, comprehension.

Resumen:

Los errores matemáticos son una oportunidad para fortalecer el aprendizaje, ya que refleja cómo los estudiantes construyen su conocimiento. Factores como la ansiedad, el miedo a equivocarse y estilos de enseñanza inadecuados influyen en su aparición. Estos errores se clasifican en conceptuales, técnicos, de procedimiento y de interpretación, entre otros. Los ejemplos comunes incluyen la deformación de teoremas, el mal uso de definiciones y la aplicación incorrecta de reglas y procedimientos matemáticos. Para superar estos obstáculos, el docente debe diseñar estrategias didácticas que le permitan identificar, analizar y corregir los errores, guiando al estudiante hacia una comprensión adecuada. Este enfoque ayuda no solo a corregir fallos puntuales, sino también a desarrollar habilidades críticas, mejorando la capacidad de los estudiantes para razonar, reflexionar y tomar decisiones informadas en matemáticas. De este modo, los errores se transforman en herramientas valiosas que contribuyen a una enseñanza más efectiva ya un aprendizaje más profundo, convirtiendo cada equivocación en una oportunidad de crecimiento.

Palabras Clave:

Errores matemáticos, aprendizaje, clasificación, estrategias didácticas, comprensión.

Introducción

Para Abrate et al. (2006) muchos estudiantes tienen sentimientos de tensión y miedo hacia las matemáticas. Sin lugar a duda muchos son los aspectos que influyen en esta conducta. Por ejemplo, la naturaleza jerárquica del conocimiento matemático, la actitud de los profesores, estilos de enseñanza, y las actitudes y creencias hacia la Matemática que les son transmitidas. Muchas de las actitudes negativas y emocionales hacia la Matemática están asociadas a la ansiedad y el miedo. La ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a la equivocación,

suelen generar bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los alumnos (p. 21)

Estudios muestran que muchos estudiantes universitarios presentan errores persistentes en tareas algebraicas que debieron haber sido superadas en la educación secundaria, lo cual evidencia la fragilidad del conocimiento previo en esta área (García-Suárez y Bolaños-González, 2022)

^a Autor de Correspondencia, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua | Centro Universitario Regional de Estelí | Estelí-Estelí | Nicaragua, <https://orcid.org/0000-0002-7663-2499>, Email: cliffor.herrera@unan.edu.ni

Sin embargo, el error matemático, debe verse como una oportunidad de aprendizaje, para mejorar la toma de decisiones no tan acertadas de los estudiantes, y así el estos busquen un buen procedimiento, algoritmo o modelo para darle solución a un problema o ejercicio de forma óptima, guiado en un principio por el docente y después el sólo.

En este sentido, resulta indispensable que el docente adopte un enfoque reflexivo y no punitivo frente al error. Esto implica crear un ambiente de aula que valore el error como parte del proceso de aprendizaje, fomentando una cultura donde el estudiante se sienta seguro de equivocarse y de analizar sus propios procesos. Propuestas como el uso del “diario de errores”, el análisis colectivo de equivocaciones frecuentes o la resolución de ejercicios con errores intencionales, son estrategias que permiten resignificar el error y promover una comprensión más profunda del contenido.

Es por ello que en este trabajo se estudian temáticas particulares relacionadas a la Didáctica de la Matemática, dentro del quehacer educativo, entre los aspectos a abordar de forma detallada están: la noción de obstáculo epistemológico, tipos de obstáculos, Tratamientos didácticos de obstáculos y la clasificación de errores.

Desarrollo

Algunas estrategias didácticas efectivas que han demostrado un impacto positivo en la re-significación del error incluyen enfoques centrados en la participación activa del estudiante, la reflexión crítica y el acompañamiento docente (Vergara Cárdenas, 2024). Una de estas estrategias es la comparación entre resoluciones correctas e incorrectas, actividad en la cual el docente presenta al grupo dos procedimientos distintos para un mismo problema, destacando cuál es el correcto y promoviendo la discusión sobre los errores cometidos (García y Herrera, 2022; Herrera-Castrillo y Córdoba-López). Este enfoque no solo permite identificar fallos conceptuales o procedimentales, sino que también fortalece el análisis lógico y el sentido crítico del alumnado.

Otra estrategia relevante es el uso de preguntas metacognitivas que invitan al estudiante a reflexionar sobre su propio proceso de resolución. Preguntas como ¿en qué paso crees que cometiste un error?, ¿por qué piensas que lo hiciste así?, o ¿qué otra forma podría usarse para llegar al mismo resultado?, contribuyen a desarrollar conciencia sobre las decisiones tomadas durante el ejercicio matemático, potenciando la autonomía

y el pensamiento autorregulado (Herrera-Castrillo, 2023; Rugama y Herrera-Castrillo, 2024).

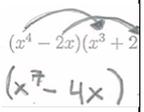
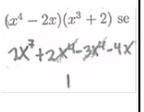
Finalmente, la retroalimentación constructiva inmediata se presenta como un recurso clave para el abordaje positivo del error. En lugar de centrarse en la calificación o en la corrección mecánica, esta retroalimentación valora el razonamiento empleado, reconoce avances parciales, y sugiere caminos alternativos para resolver los problemas. Este tipo de acompañamiento fortalece la motivación intrínseca del estudiante, disminuye el temor a equivocarse y convierte el error en una herramienta pedagógica al servicio del aprendizaje significativo.

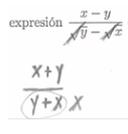
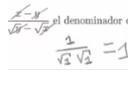
A continuación, se plantean errores cometidos por estudiantes en los diferentes niveles educativos, y unidades como aritmética, algebra, geometría entre otros.

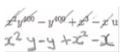
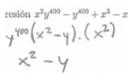
Se realizará un análisis de cada uno de ellos, haciendo una descripción del error, tomando en cuenta su propia experiencia y de acuerdo a la clasificación de autores.

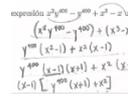
Tabla 1. Análisis de errores matemáticos. Fuente: Elaboración propia.

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
$(2+3x)^2 = 4+9x$	Descripción del procedimiento realizado El ejercicio trata de un producto notable “Cuadrado de un binomio de la forma $(a + b)^2$, donde se ve que el estudiante no recordó el algoritmo correspondiente y simplemente elevo al cuadro el primer y segundo coeficiente, es decir $(2 + 3x)^2 = (2)^2 + (3)^2x = 4 + 9x$ Lo cual es incorrecto, ya que la regla indica: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Análisis y clasificación El estudiante no logró resolver correctamente el ejercicio de producto notable, quizás no practico mucho o solo se guio por lo que pensó correcto Esta situación se puede clasificar como un error a nivel práctico y de procedimientos básicos Error a un nivel práctico: cuando el profesor considera que son errores de cálculo (Brousseau, 2001) Errores según Movshovits-Hardar et al. (1987) Teoremas o definiciones deformadas: Se producen por deformación de un

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	principio, regla, teorema o definición identificable.
	<p>Descripción del procedimiento realizado El estudiante realizó el producto de binomios el primer término con el primero y el ultimo con el último, no termino a término como debería ser</p> <p>Análisis y clasificación El estudiante debía tener en cuenta el producto de binomios, al multiplicar cada término del primer factor, por cada término del segundo factor</p> <p>Este error se puede clasificar como - Error de técnica: cuando el profesor critica la ejecución de un modo operativo conocido.</p> <p>La resolución esta incorrecta ya que únicamente multiplican el primer término del primer paréntesis con el primer término del segundo paréntesis; y el segundo término del primer paréntesis con el segundo término del segundo paréntesis, pero en realidad se trata de otro producto notable "producto de dos binomios", el cual se resuelve de la siguiente forma:</p> $(a - b)(c + d) = a(c + d) - b(c + d)$ $(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$ $(x^4 - 2x)(x^3 + 2)$ $= x^4(x^3 + 2)$ $- 2x(x^3 + 2)$ $(x^4 - 2x)(x^3 + 2) = x^7 + 2x^4 - 2x^4 - 4x$ $(x^4 - 2x)(x^3 + 2) = x^7 - 4x$ <p>En este caso fue una coincidencia que las respuestas sean iguales, pero las flechas que tiene el ejercicio indica que la resolución no cumple los debidos pasos.</p> <p>Tipo de Error debido a la recuperación de un esquema previo.</p>
	<p>Descripción del procedimiento realizado Se presentan errores algebraicos en el cual no aplica correctamente la regla y procedimiento básico del producto de polinomios, lo que se hizo fue sumar los coeficientes de forma inadecuada como en el caso $(x^4)(x^3) = 2x^7$, cuando lo correcto es x^7 es decir lo adecuado era multiplicarlos los coeficientes para posteriormente reducción de términos semejantes.</p> <p>Análisis y clasificación</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	<p>Para este caso se muestra varios errores cometidos por el estudiante. Primero, al multiplicar algunos monomios suma los coeficientes numéricos y los exponentes de las potencias de igual base (aplicó la regla de multiplicación para potencia de igual base y la generalizó para los coeficientes numéricos). Segundo, realizó la resta de monomios semejantes, pero se equivocó en el signo del resultado, excluyó el factor literal para este caso y eliminó los demás monomios no semejantes del resultado final. No se dio una adecuada conversión de una expresión a otra.</p> <p>Errores debidos a una interpretación incorrecta del lenguaje. Tipología de errores según Movshovits-Hadar et al. (1987)</p>
	<p>Descripción del procedimiento realizado Como se muestra el error que se cometió fue simplificar los radicales sin razón alguna y no realizar correctamente la racionalización indicada, en donde primero se buscaba el conjugando del denominador y se realizaba las operaciones correspondientes.</p> <p>Análisis y clasificación El estudiante, al racionalizar la expresión, cancela ambas raíces cuadradas sin realizar ningún procedimiento. Es decir, no interpretó que esta expresión debía escribirse en otra semejante.</p> <p>Además, aplicó ley de signos a la división para cambiar el signo del segundo término, tanto en el numerador como en el denominador, aunque esto no era ajustable para este caso.</p> <p>En la imagen se presentan errores algebraicos a un nivel práctico como lo indica Brousseau (2001), sin embargo, se puede decir que es un error debido a datos mal utilizados según Movshovits-Hadar et al. (1987).</p>
	<p>Descripción del procedimiento realizado Al igual que en casos anteriores en la situación se presentan errores algebraicos, donde se efectúa incorrectamente una simplificación de variables sin tomar en cuenta que tanto el numerador como el denominador están restando lo cual es una técnica discreta y</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	<p>por lógico si el procedimiento no es adecuado la solución será incorrecta. La solución correcta sería racionalizar el denominador.</p> <p>Análisis y clasificación</p> <p>Para el caso que se presenta se puede observar que el estudiante cancela las variables, como si se tratara de una multiplicación de expresiones algebraicas y sin considerar las raíces cuadradas. Luego, obtiene la raíz cuadrada de 1, sin considerar que el resultado del denominador sería 0 (pues considera que están relacionadas por una multiplicación), indica que la “respuesta” es 1.</p> <p>En esta situación se tiene presente errores técnicos, es decir errores de cálculo, de procedimiento en algoritmos básicos, como lo expresa Movshovits-Hardar (1987)</p>
	<p>Descripción del procedimiento realizado</p> <p>No existe procedimiento matemático alguno, por el cual pueda simplificar los exponentes de la variable y, y tampoco que permita restar los exponentes de dos variables de igual base.</p> <p>Esta expresión se resuelve aplicando factorización.</p> <p>Análisis y clasificación</p> <p>Tipo de error debido Aprendizaje deficiente.</p> <p>Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas.</p> $x^2y^{400} - y^{400} + x^3 - x =$ $y^{400}(x^2 - 1) + x(x^2 - 1)$ $(x^2 - 1)(y^{400} + x)$ $(x - 1)(x + 1)(y^{400} + x)$ <p>se confunde la simplificación de potencias de términos donde estos no son semejantes, acá no solo es un error a un nivel práctico según Brousseau (2001), sino también a errores debidos a la falta de verificación en la solución y técnicos al errar en el cálculo de procedimiento en algoritmos básicos tal como lo plantea el autor Movshovitz-Hadar et al. (1987)</p>
	<p>Descripción del procedimiento realizado</p> <p>En esta parte tratan de aplicar factorización, pero se cometen muchos errores, por ejemplo, $\frac{y^{400}}{y^{400}} = y$; cuando</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	<p>$\frac{y^{400}}{y^{400}} = 1$ y otro error es que vuelven a restar los exponentes de las variables x, al final solo dejan al paréntesis y los datos en el como respuesta, y eliminan bajo ninguna regla matemática a y^{400} y x^2</p> <p>Análisis y clasificación</p> <p>Tipo de Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas error debido a cálculos incorrectos o accidentales.</p> <p>Se presenta un caso de factorización conocido como factor común por agrupación de términos en el cual en la primera parte se tiene la idea de agrupar el primero y el segundo término, sin embargo al momento de sacar factor común en el primer paréntesis no se hace la simplificación correcta. Así mismo en lo que respecta al tercer y cuarto término no se agrupó y se hace como que fuese una resta sin tomar en cuenta que no se debe realizar debido a que no son términos semejantes. Por tales razones podemos verificar y concluir que se presentan errores debidos al uso de teoremas o definiciones deformados. Como lo afirma Movshovits-Hardar et al. (1987)</p>
	<p>Descripción del procedimiento realizado</p> <p>Todo iba muy bien, hasta que decidieron tomar a x^2, como factor común, cuando la regla es clara y dice que se toma la variable con menor exponente, obviamente tenía que ser x, a partir de ahí todo empieza a ir mal ya que los paréntesis que deberían quedar igual no quedan, $(x^2 - 1)$ y $(x - 1)$, lo único bueno que se hizo a partir de ahí fue resolver la “diferencia de cuadrados perfectos”, $(x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)$, tratan de seguir la regla para ordenar la respuesta, pero simplifican los paréntesis que no eran, luego juntan todo lo que sobro en un solo paréntesis, quedando así:</p> <p>$(x - 1)[y^{400}(x + 1) + x^2]$, siendo la respuesta correcta</p> <p>Análisis y clasificación</p> <p>Errores debidos a cálculos incorrectos o accidentales</p> <p><i>Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas</i></p> $(x - 1)(x + 1)(y^{400} + x)$

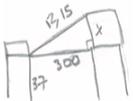
Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	<p>Se tiene un ejercicio de aplicación del factor común por agrupación, en donde en principio se tiene la idea sobre la agrupación, sin embargo al momento de realizar la factorización, no se maneja que el factor común debe ser aquella variable de menor exponente, lo cual desde la perspectiva docente se encuentra en el error a un nivel práctico. Es importante recalcar que también está en la categoría de errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: esta categoría abarca todas las deficiencias sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Este último error lo plantea en la tipología de errores Radatz (1979).</p>
$\begin{array}{l} x^2 + x + 1 \\ 2x^2 + 2 \end{array}$	<p>En este proceso de resolución se cometieron errores fatales, teniendo en cuenta que son multiplicaciones en la tabla del 1. En el primer ejercicio $x + 1 * x + 1$, el primer error está en la multiplicación $x * x = 2x^2$, el coeficiente de cada una de las variables es 1, y como se trata de un producto $1 * 1 = 1$, no igual a 2; el segundo error está cuando multiplican el segundo término $1 * 1 = 2$, es igual a 1, todo número multiplicado por uno, como resultado da el mismo número. Este ejercicio se resuelve mediante un caso de productos notables "binomio al cuadrado":</p> $(a + b) * (a + b) = (a + b)^2$ $x + 1 * x + 1 = (x + 1)^2$ $x + 1 * x + 1 = x^2 + 2x + 1$ <p>En cuanto al segundo ejercicio $x - 3 * x + 3$, se cometen errores muy similares al anterior, vuelven a multiplicar $x * x = 2x^2$, siendo incorrecto el resultado, la multiplicación del segundo término está bien, pero no están aplicando la resolución correcta para este tipo de ejercicio, es un producto notable "producto de la suma por la diferencia de dos cantidades", por lo tanto se sigue la siguiente fórmula:</p> $(a - b) * (a + b) = a^2 - b^2$ $x - 3 * x + 3 = x^2 - 3^2$ $x - 3 * x + 3 = x^2 - 9$ <p>Análisis y clasificación</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	<p>Tipo de error debido a la comprensión y errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas</p> <p>En dicha situación se presenta un producto de binomios, el cual está expresado como una suma de binomios, además se suman los exponentes, donde confunden lo que es la suma con la multiplicación de polinomios.</p> <p>Por otra parte es necesario dominar y tener en cuenta para la solución del segundo producto notable conocido como suma por su diferencia. Es evidente que hay errores de uso de teoremas o definiciones deformados, como lo afirma Movshovitz-Hadar (1987).</p>
	<p>Descripción del procedimiento realizado</p> <p>La resolución es incorrecta porque tratan de resolver el ejercicio aplicando una regla que no es avalada por las matemáticas, si pretendían cambiar los signos negativos únicamente tenían que multiplicar toda la fracción por -1, y no pretender aplicar una propiedad de la potenciación $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, que no es aplicable a esta situación ya que esto es para exponentes y no para signos. La resolución correcta sería:</p> $\frac{a(2) + 5}{2} = \frac{-\frac{1}{2} - a(2)}{-5}$ $\frac{2a + 5}{2} = \frac{-\frac{1}{2} - 2a}{-5}$ $-10a - 25 = -1 - 4a$ $-10a + 4a = -1 + 25$ $-6a = 24$ $a = \frac{24}{-6}$ $a = -4$ <p>Análisis y clasificación</p> <p>Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas</p> <p>Error debido a una recuperación de esquema previo</p> <p>En este ejercicio se presenta una situación, en primera instancia que no se sabe lo que se quiere lograr en dicha resolución, por ende, su clasificación se centra errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas:</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	relacionados con la dificultad que tienen los estudiantes para comprender las instrucciones de trabajo que se les dan, ya sea en forma oral o escrita, esto según Astolfi (1999).
$x + 2^2 = 1763$ $x + 4 = 1763$ $x = \frac{1763}{4}$	<p>Descripción del procedimiento realizado Esta ecuación pertenece al tema "Ecuaciones lineales en una variable o ecuaciones de primer grado", las cuales tratan de obtener un número que al sustituirlo en la ecuación cumpla la igualdad. Pero, en este caso no se cumplen las propiedades del despeje, cuando el +4 pasa a dividir al otro lado de la igualdad, lo correcto sería la operación inversa de +4. Es decir:</p> $x + 2^2 = 1763$ $x + 4 = 1763$ $x = 1763 - 4$ $x = 1759$ $x + 2^2 = 1763$ $x + 4 - 4 = 1763 - 4$ $x + 0 = 1763 - 4$ $x = 1759$ <p>Análisis y clasificación Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas. Tipo de error debido a procedimientos imperfectos (Sistemáticos) Como se puede evidenciar la imagen presenta una ecuación lineal, donde se comete el error de pasar a dividir al 4 donde realmente lo que debería de hacerse es restarlo. Por tal razón cuando suceden estos casos es necesario que el estudiante conozca los procedimientos básicos que debe realizar al momento de transponer términos o despejar una variable.</p>
$2 + 3x^2 + x = 0$ $2 + 3 + x = x^2$ $6 + x = x^2$ $6x = x^2$ $\frac{6x}{x^2} = \frac{x^2}{x^2}$	<p>Descripción del procedimiento realizado Esta ecuación es similar a la anterior, la diferencia es que posee variables de primer y segundo grado, lo que la convierte en un trinomio. En la resolución presentada se cometen errores, por ejemplo, es incorrecto sumar el número 2 con el número 3, matemáticamente es imposible sumar un número entero con otro que ocupe lugar como coeficiente de una variable, no se puede despejar una ecuación sin que ocurran cambios en ella; y tampoco se puede multiplicar dos</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	<p>números que se están sumando, no hay una explicación lógica por la que se sustituyó 6 en x^2, ni tampoco una explicación a que x^2 se haya pasado a dividir al otro lado de la igualdad. La resolución correcta sería:</p> $2 + 3x^2 + x = 0$ $3x^2 + x + 2 = 0$ $ax^2 + bx + c = 0$ $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$ $\frac{-1 \pm \sqrt{-23}}{6}$ <p>No existe raíz cuadrada de un número negativo en el conjunto de los números reales, pero si en los números complejos</p> <p>Análisis y clasificación Errores debidos a la recuperación de un esquema previo. Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas.</p> <p>Error debido a Procedimientos imperfectos, errores de cálculo. Errores que tienen su origen en la ausencia de sentido: en esta categoría se encuentran los errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética, los errores de procedimiento que se derivan del uso inapropiado que hacen los alumnos de las fórmulas o de las reglas de procedimiento y los errores de álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico. Este error lo plantea Socas (1997) y se puede relacionar al ejercicio presente.</p>
$\log(x+y) + \log\left(\frac{1}{xy}\right) + \log y$	<p>En la situación presentada se observa un error de asignación de tarea donde, no se explica lo que realmente se debe hacer. Además se aplica la simplificación de variables como x e y, lo cual no es permitido en operaciones en los cuales se está sumando o restando. Por ello podemos clasificar a dicha situación en</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	<p>un error de tarea según Brousseau (2001). Además se puede notar errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes (Radatz, 1979).</p>
	<p>Se presenta una suma de logaritmos, en donde la propiedad para la suma de logaritmos no está correctamente aplicada, sino que lo hacen como si fuese la propiedad conmutativa, y luego hacen una suma común sin tener en cuentas las propiedades de los logaritmos. La propiedad que se aplica para su correcta resolución es:</p> $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ $\log(x + y) + \log \frac{1}{xy} + \log y =$ $\log \left[(x + y) \left(\frac{1}{xy} \right) (y) \right]$ $\log \left[(x + y) \left(\frac{1}{x} \right) \right]$ $\log \left[\left(\frac{x + y}{x} \right) \right]$ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ $\log \left[\left(\frac{x + y}{x} \right) \right]$ $\log(x + y) - \log x$ <p>Tipo de error debido a la recuperación de esquemas previos Errores debidos a inferencias o asociaciones incorrectas El error que se presenta en la imagen se centra en el dominio de las reglas de los logaritmos y una falta de comprobación, por ejemplo en el primer paso se debe de aplicar la regla del producto y cociente y luego simplificar la expresión, para obtener $\log \left(\frac{x+y}{x} \right)$</p>
	<p>Se trata del mismo ejercicio anterior, pero con resolución diferente, aquí tratan de aplicar las propiedades de los logaritmos para el cociente y el producto; pero no lo hacen correctamente, primero, la propiedad del producto no es aplicable al paréntesis $(x + y)$, porque es el número de un mismo logaritmo, es decir representa una sola cantidad, por eso está entre paréntesis. Segundo, tampoco</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	<p>se le puede aplicar la ley del cociente al paréntesis $\left(\frac{1}{xy} \right)$, porque al igual que el anterior, representa a un mismo logaritmo, no son dos logaritmos diferentes. Error debido a la recuperación de esquema previo. El ejercicio a resolver es una suma de logaritmos, en el cual se debe aplicar la regla de los logaritmos, ya que como se tiene una suma se debe expresar en una sola expresión de producto de logaritmos. Pero la solución presentada no es la correcta, ya que se aplica la regla de los logaritmos por cada uno de los términos, es más el segundo término lo unifica con el tercero aplicando una resta asumiendo que y es común en ambos, por lo cual solo debe escribirse una sola vez.</p>
	<p>En la imagen se observa un triángulo con sus respectivos vértices y segmentos que dividen dicha figura, sin embargo no se logra captar qué es lo en realiza se desea calcular, ejemplo la altura del triángulo o qué teorema aplicar. Esto induce a ubicarlo en Error en la tarea: este se da cuando el profesor los atribuye al descuido, esto según Brousseau (2001). Sin embargo podría clasificarse en errores debidos a la dificultad del lenguaje según Radatz (1979)</p>
	<p>Se forma un triángulo rectángulo, y se pide encontrar el valor de uno de los catetos, por lo tanto, se hará mediante el teorema de Pitágoras que dice: la suma de los cuadrados de las longitudes de sus catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa El Estudiante no utilizo el teorema de Pitágoras solo coloco una respuesta al azar</p> $c^2 = a^2 + b^2$ $(1315)^2 = (300)^2 + b^2$ $(1315)^2 = (300)^2 + b^2$ $1.729,225 = 90.000 + b^2$ $1.729,225 - 90.000 = +b^2$ $b^2 = 1.639,225$ $\sqrt{b^2} = \sqrt{1.639,225}$ $b = 1.280,3222$ <p>Tipo de error debido a asignación.</p>

Situación Error	Descripción del procedimiento realizado, análisis y clasificación
	Error debido a dificultades para obtener información espacial
$X+3=8$ $X+3-3 =$ $8+3$ $X=11$	El Estudiante aplica la propiedad de desigualdad, pero se equivoca en un signo el +3 que pase al otro lado de la igualdad debió ser negativo por lo que la respuesta varía. Por lo que comete un error debido a cálculos incorrectos o accidentales.
$5(3m + 7n + 5)^2$ $= (15m + 35n + 25)^2$	Se presentaron errores en la que confunde un factor común donde es una multiplicación de fracciones. En este ejemplo, se observa que el estudiante saca factor común antes que la multiplicación. No hubo una interpretación correcta del lenguaje matemático (operaciones) de la expresión para su resolución. Tipo de error: Errores debidos al lenguaje matemático.
$\frac{1}{5} + \frac{2}{4} = \frac{3}{9}$	Se puede observar que el estudiante comete graves errores ya que no realiza el procedimiento adecuado para la suma de fracciones por lo que el resultado está malo y por ende todo el ejercicio. Tipo de error Procedimientos imperfectos y debido a un aprendizaje deficiente.
$\frac{x^2 + 1}{x^2}$	El estudiante elimina las x^2 tanto arriba como abajo y eso no obedece a ninguna regla cuando la variable está sumando caso contrario si en lado de arriba estuviera multiplicando. Tipo de error debido a un aprendizaje deficiente.
$5+x=12$ $x=\frac{12}{5}$	El estudiante comete un error en las operaciones trasposición de términos siendo un error de procedimiento. Tipo de error de procedimiento (Sistemático) también puede ser un error de cálculo.

El análisis sistemático de los errores presentados evidencia patrones comunes que trascienden el simple fallo operativo, revelando concepciones erróneas, aprendizajes incompletos y debilidades en la comprensión de reglas, procedimientos o definiciones fundamentales. Esta tipología de errores pone de manifiesto que muchos de los fallos cometidos por los estudiantes no son meramente accidentales, sino que reflejan estructuras cognitivas en formación que requieren ser atendidas desde lo didáctico. Por tanto, el rol del docente no debe limitarse a la corrección inmediata del error, sino a su exploración como punto de partida para una enseñanza más significativa.

De acuerdo con Radatz (1979) y Socas (1997), los errores sistemáticos pueden derivar de malas interpretaciones del lenguaje algebraico, del uso mecánico de reglas o de procedimientos mal aprendidos que se arrastran en los diferentes niveles de la escolaridad

Diversas investigaciones han enfatizado que los errores, cuando se analizan con una finalidad formativa, permiten a los estudiantes reconstruir su conocimiento, mejorar la comprensión conceptual y adoptar actitudes más críticas hacia su propio aprendizaje (Mendoza, et al., 2021).

En varios casos, los errores detectados se deben a la aplicación impropia del principio de linealidad en contextos donde no es válido, como en raíces o logaritmos, lo cual también ha sido documentado como una dificultad persistente entre estudiantes de formación inicial docente (Aguerrea, et al., 2022)

El conocimiento de los tipos de errores permite diseñar intervenciones pedagógicas más precisas, desarrollar materiales didácticos específicos, y adaptar las estrategias de enseñanza a las necesidades reales del grupo. En este contexto, el error deja de ser una amenaza y se convierte en una valiosa fuente de información sobre los procesos de pensamiento matemático de los estudiantes.

La reiteración de errores similares entre generaciones de estudiantes no responde al azar, sino a patrones cognitivos comunes y a formas de enseñanza que muchas veces refuerzan procedimientos sin comprensión, como señalan Moreno et al. (2021) al analizar errores en procesos de modelización matemática

Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones pertinentes a las cuales se ha llegado después de realizar una revisión de diferentes artículos relacionados a los diferentes errores matemáticos y su clasificación, así mismo al hacer el análisis de las diferentes situaciones presentadas anteriormente y que se dan de forma continua en la práctica docente:

- Es necesario fomentar procesos de autoevaluación y reflexión por parte de los estudiantes, promoviendo así la autonomía y el aprendizaje autorregulado. Al identificar por sí mismos los errores cometidos y explorar sus causas, los estudiantes no solo desarrollan habilidades metacognitivas, sino que fortalecen su capacidad para enfrentar nuevos desafíos matemáticos con mayor confianza.
- Las matemáticas son importantes para la formación de un ciudadano porque constituyen un poderoso instrumento de análisis de la realidad, de comprensión del mundo y de desarrollo de la capacidad de crítica para intervenir.

- Los errores son oportunidades de aprendizaje que permite al estudiante y docente tomar una decisión al percatarse de no haber llegado a la solución correcta del problema; y así seleccionar una alternativa entre dos posibles: la primera, intentar buscar otro camino que lo guíe a la solución correcta superando así su error; la segunda, insistir en el error lo que lo llevará al fracaso.
- Para superar los errores, el docente debe diseñar situaciones didácticas que conduzcan al estudiante a sustituir conocimientos errados por conocimientos verdaderos, identificando, clasificando y conociendo la naturaleza de los errores.
- Se analizan los errores cometidos por los estudiantes, ya que proporcionan una información rica e interesante sobre cómo se construye el conocimiento matemático. Este análisis nos permitirá encontrar los patrones comunes a que obedecen los errores y, así, poder hacer inferencias sobre los procesos mentales y sobre las estructuras en las que se van organizando los conocimientos.
- Tanto el docente como el estudiante debe estar claro sobre lo que se debe hacer para que el error no se convierta en un elemento limitante del aprendizaje, si no como un medio para fortalecerlo y reforzarlo.

Referencias

- Abbate, Raquel, Marcel Pochulu y José Vargas. "Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo." *Villa María: Universidad Nacional de Villa María* (2006): 21-31. Brousseau, G. (2001). *Les erreurs des élèves en mathématiques*. (B. Bernard, Trad.) Sin Publicar.
- Aguirre, Maitere, María Eugenia Solís y Jaime Huincahue. "Errores matemáticos persistentes al ingresar en la formación inicial de profesores de matemática: El caso de la linealidad." *Uniciencia* 36.1 (2022): 49-65.
- Astolfi, Jean-Pierre. "El error, un medio para enseñar." (1999).
- Brousseau, Guy. "Les grandeurs dans la scolarité obligatoire." *Les grandeurs dans la scolarité obligatoire*. La pensée sauvage éditions, 2001.
- García-Suárez, José y Hellen Bolaños-González. "Errores algebraicos en las producciones de estudiantes universitarios de Costa Rica y México." *Matemáticas, educación y sociedad* 5.2 (2022): 31-45.
- García, Miguel Ángel Rugama y Clifford Jerry Herrera. "Estudio del Modelo de diseño instruccional ASSURE como estrategia de aprendizaje en probabilidades." *UNIÓN-Revista Iberoamericana de Educación Matemática* 18.65 (2022).
- Hernández, Rosa Virginia. «Errores matemáticos en el conocimiento procedimental al resolver problemas de superficies cuadráticas.» *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, vol. 8, núm. 1 (2016): 11
- Hernández de Rincón. «Tipología de errores en el área de la geometría plana.» *Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal* (2004): 10.
- Herrera-Castrillo, Clifford Jerry. "Metodología para el aprendizaje por competencias." *Revista Electrónica De Conocimientos, Saberes Y Prácticas* 6.1 (2023): 77-90.
- Herrera-Castrillo, Clifford Jerry y Maycoll Ariel Córdoba-López. "Formación especial en aprendizaje amigable de Matemáticas." *Revista Chilena de Educación Matemática* 16.1 (2024): 12-25.
- Iparraguirre, Cecilia Gaitán. «Reflexiones sobre la didáctica de la matemática.» *Revista sobre docencia universitaria* (2012): 7.
- Martínez, Blanca Arteaga y Jesús Macías Sánchez. *Didáctica de las matemáticas en educación infantil*. España: © Universidad Internacional de La Rioja, S. A., 2016. Ranchi, Issette f y Ana I
- Mendoza, Sonia Maritza, Pastor Ramírez y Alejandra María Serpa. "Errores y dificultades vinculadas al razonamiento cuantitativo entre estudiantes de nuevo ingreso en la carrera de Ingeniería." *Revista Boletín Redipe* 10.11 (2021): 379-399.
- Movshovitz-Hadar, Nitsa, Orit Zaslavsky y Shlomo Inbar. "An empirical classification model for errors in high school mathematics." *Journal for research in mathematics Education* 18.1 (1987): 3-14.
- Moreno, Antonio Verdejo, Manuel Martín Arenas y Rafael Ramírez Uclés. "Errores de profesores de Matemáticas en formación inicial al resolver una tarea de modelización." *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática* 15.2 (2021): 109-136.
- Radatz, H. *Análisis de errores en la educación matemática*. Diario de la investigación en educación matemática. Vol. 10 (1979). 163-172
- Rugama, Yesner Yancarlos Briones y Clifford Jerry Herrera-Castrillo. "Desafíos en la enseñanza de la Geometría a nivel superior mediante enfoque por competencias." *Wani* 81 (2024).
- Socas, Martín Manuel Robayna. "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria." *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Horsori, 1997.
- Vergara Cárdenas, Jorge Luis. "Fortalecimiento del liderazgo pedagógico de los directivos docentes: Una mirada desde las prácticas pedagógicas de los rectores en las instituciones educativas del municipio de Hatonuevo-La Guajira-Colombia." (2024).