

Diseño, construcción y control de un sistema carro-péndulo de bajo costo mediante PID y filtro de Kalman sobre Arduino para la enseñanza del control automático

Design, construction and control of a low cost car-pendulum system using PID and Kalman filter on Arduino for teaching automatic control

Martín Y. Leonardo Hernández^a, Luis G. Maye Polvadera^b, Alan M. Martínez Hernández^c, José L. Bautista González^d, Juan S. Mejía Acosta^e, Mario O. Ordaz Oliver^f, Justo F. Montiel Hernández^g

Abstract:

The pendulum cart is a combined system used in the study of automatic control, as it is widely used to analyze the principles of stability and feedback of variables. However, commercial prototypes of this system are often expensive and, consequently, difficult to access in academic settings. This work presents the design and construction of a low-cost prototype, which is made with materials and tools accessible to engineering students. The system developed in this work uses an Arduino board as the processing and control unit, driving the motor that moves the cart and executing a PID controller complemented by a Kalman filter. These are implemented without the use of libraries to reinforce the learning of fundamentals such as programming and control. Even with the limitation of not having a position sensor for the cart, the control manages to temporarily stabilize the bar around its vertical position, demonstrating its viability as a low-cost teaching tool for teaching automatic control in engineering.

Keywords:

Automatic control, Precision potentiometer, H-bridge, PWM signal, Actuator.

Resumen:

El carro-péndulo es un sistema que comúnmente se utiliza en el estudio del control automático, pues es ampliamente utilizado para analizar los principios de estabilidad y realimentación de variables. Sin embargo, es frecuente encontrar prototipos comerciales de este sistema de alto costos y en consecuencia de difícil acceso para entornos académicos. En este trabajo se presenta el diseño y la construcción de un prototipo de bajo costo, el cual es elaborado con materiales y herramientas que son accesibles para los estudiantes de ingeniería. El sistema desarrollado en este trabajo utiliza una placa Arduino como unidad de procesamiento y control, para accionar el motor que mueve al carro y ejecutando un controlador PID que es complementado con un filtro de Kalman. Estos son implementados sin el uso de librerías con el propósito de reforzar el aprendizaje de fundamentos como programación y control. Aun con la limitación de no tener un sensor de posición para el carro, el control logra estabilizar la barra de forma temporal alrededor de

^a Tecnológico Nacional México | Instituto Tecnológico de Pachuca | Pachuca de Soto-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0002-6180-6545>, Email: I22200601@pachuca.tecnm.mx

^b Tecnológico Nacional México | Instituto Tecnológico de Pachuca | Pachuca de Soto-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0006-7685-2412>, Email: I22200605@pachuca.tecnm.mx

^c Tecnológico Nacional México | Instituto Tecnológico de Pachuca | Pachuca de Soto-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0008-6418-3463>, Email: I22200598@pachuca.tecnm.mx

^d Tecnológico Nacional México | Instituto Tecnológico de Pachuca | Pachuca de Soto-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0000-7510-4435>, Email: I22200584@pachuca.tecnm.mx

^e Universidad La Salle Pachuca | Pachuca de Soto-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0007-5504-1546>, Email: jmejia@lasalle.mx

^f Tecnológico Nacional México | Instituto Tecnológico de Pachuca | Pachuca de Soto-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0002-9302-0988>, Email: mario.00@pachuca.tecnm.mx

^g Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0001-6890-6069>, Email: justo_montiel@uaeh.edu.mx

su posición vertical, esto permite demostrar su viabilidad como herramienta didáctica de bajo costo para la enseñanza de control automático en la ingeniería.

Palabras Clave:

Control automático, Potenciómetro de precisión, Puente H, Señal PWM, Actuador.

Introducción

El péndulo invertido sobre un carro es un problema clásico de control que sirve como modelo de referencia para estudiar y probar diversas estrategias de estabilización en sistemas dinámicos. Puede modelarse como un péndulo que debe mantenerse en posición vertical frente a su tendencia natural a caer sin una entrada de control continua. Los sistemas carros-péndulo invertido son ampliamente valorados como casos de estudio en el contexto de las implementaciones de controladores automáticos.

La mayoría de las implementaciones destinadas al mercado educativo o a la investigación formal suelen ser costosas, lo que limita su disponibilidad en instituciones académicas con recursos restringidos. En este sentido, surge la necesidad de desarrollar un prototipo funcional del sistema carro-péndulo invertido, empleando materiales de bajo costo y tecnología de fácil acceso, como Arduino, un puente H, un motor de corriente directa y un potenciómetro lineal. El sistema propuesto constituye una réplica económica de los principios de control de este tipo de dispositivos, preservando su funcionalidad básica y la posibilidad de validación experimental.

El diseño y construcción de un sistema carro-péndulo de bajo costo permite la enseñanza práctica de los conceptos fundamentales de control automático. Mediante un modelo físico accesible y reproducible. En este contexto, la implementación de un controlador PID complementado con filtrado de Kalman para mejorar la respuesta dinámica del sistema, representa una solución técnica viable para validar experimentalmente la estabilidad del péndulo mediante pruebas controladas realizadas con una plataforma de código abierto.

En los últimos años se han documentado múltiples proyectos orientados a la reducción de costos en este tipo de sistemas. Por ejemplo, (Turner y Cooley, 2015) crearon un péndulo invertido impreso en 3D controlado con Arduino por menos de 100 USD. Existen algunos proyectos como (Wiener y Zucker, 2018), (Zjor, 2019) y (Ayyub, 2014) que ilustran la construcción de versiones propias del sistema utilizando como base principal microcontroladores, motores y otros componentes que se encuentran fácilmente.

Sin embargo, gran parte de estos trabajos que han sido mencionados, se enfocan únicamente en el ensamble y funcionamiento básico del péndulo, esto representa un problema importante, pues dejan en segundo término el análisis del desempeño bajo condiciones reales o perturbaciones externas. Otros trabajos han diseñado y construido estos sistemas con fines comparativos para evaluar diversas técnicas de control, como los estudios de (Torres y Daniel Vicente, 2022) y (Soto, 2022). Algunos de ellos implementaron filtros de Kalman extendidos y estimación de estados no medibles, como (Hanekam y Halvard, 2021) y (Alhiqari, 2022). Otros prototipos se basaron en controladores PID o en el uso de filtros Kalman, por ejemplo (Kumar y Agarwal, 2022), (Sert y Gun, 2021), (García y Luis, 2015), (Kumar, 2020) y (Dawane y Malwatkar, 2025). No obstante, en muchos de los casos mencionados no se presenta una evaluación comparativa del rendimiento entre estrategias de control. Otros prototipos de péndulo sobre carro incluyen (Mazza, Lentini y Pepe, 2021), (Namasivayam y Vignesh, 2021), (Sarkar y Soham, 2021), (Mora y Maher, 2020), (Macías y Geovanny, 2020), (Bass, Martínez, Díaz y Mena, 2024) y (Palacios, Fernando, Zárate y Eduardo, 2021); aunque estos aportes son valiosos para fines académicos y didácticos, la mayoría de ellos presentan documentación muy limitada, esto en cuanto a resultados experimentales, replicabilidad y análisis detallado del control aplicado.

En este contexto, la hipótesis planteada considera la posibilidad de diseñar e implementar un carro-péndulo utilizando materiales de bajo costo, el cual es controlado mediante un algoritmo PID que se programa en Arduino y que es capaz de alcanzar un desempeño estable y comparable con el de sistemas más complejos y costosos. El sistema integra una construcción de un sistema físico con un carro móvil y un péndulo rígido, cuya inclinación se mide mediante un potenciómetro de alta precisión. El sistema es regulado por un controlador PID que se programa sobre una placa Arduino UNO, el cual se encarga de gobernar la velocidad y dirección de giro del motor de CD, el cual mueve al carro para mantener el equilibrio del péndulo en su posición vertical.

La implementación de este tipo de prototipos posee una justificación educativa y técnica significativa. Pues académicamente constituye una oportunidad para que los

estudiantes comprendan cómo los principios teóricos de control, electrónica y programación pueden aplicarse en entornos físicos reales. Además, contribuye a la creación de recursos didácticos accesibles que eliminan la necesidad de equipos profesionales de alto costo.

A partir de este enfoque se destaca el desarrollo de un sistema carro-péndulo de bajo costo con implementación completa en Arduino, la integración de un controlador PID y un filtro de Kalman programados sin librerías externas, con fines didácticos y la validación experimental de la estabilidad del sistema, destacando a su vez las limitaciones derivadas de la falta de un sensor de posición en el carro.

Modelo Matemático

Se considera el sistema carro-péndulo invertido mostrado en la Figura 1. El carro de masa M puede desplazarse horizontalmente a lo largo de un riel (coordenada x), y sobre él pivota un péndulo rígido de masa m y longitud l que forma un ángulo θ respecto a la vertical (con $\theta = 0$ en la posición vertical hacia arriba). La fuerza horizontal aplicada al carro, generada por el motor, se denota por u . Se incluyen, cuando aplica, coeficientes de fricción viscosa b_c (carro) y b_p (pivote), y la aceleración gravitatoria g . En el prototipo experimental la medición disponible fue únicamente el ángulo θ mediante un potenciómetro; no se contó con sensor de posición del carro (encoder).

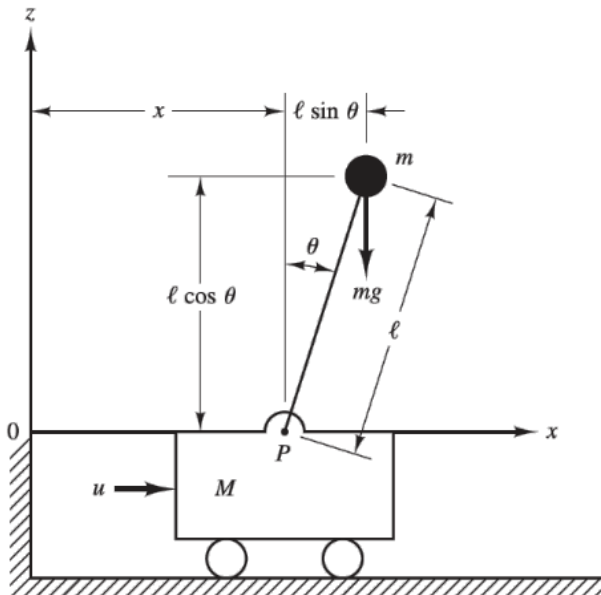


Figura 1. Esquema del sistema carro-péndulo (Ogata K., 2003).

Tomando como coordenadas generalizadas $q_1 = x$ (posición del carro) y $q_2 = \theta$ (ángulo del péndulo), las posiciones del centro de masa del péndulo (suponiendo masa concentrada en el extremo) son las representadas en las ecuaciones (1) y (2):

$$X_p = x + l \sin \theta, \quad (1)$$

$$Y_p = l \cos \theta, \quad (2)$$

Las velocidades se definen en las ecuaciones (3) y (4):

$$\dot{X}_p = \dot{x} + l \cos \theta \dot{\theta}, \quad (3)$$

$$\dot{Y}_p = -l \sin \theta \dot{\theta}. \quad (4)$$

La energía cinética total y la potencial son como se representa en las ecuaciones (5) y (6) respectivamente:

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{X}_p^2 + \dot{Y}_p^2), \quad (5)$$

$$V = mgl \sin \theta, \quad (6)$$

Desarrollando T como en la ecuación (7):

$$T = \frac{1}{2} (M + m) \dot{x}^2 + ml \cos \theta \dot{x} \dot{\theta} + \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2. \quad (7)$$

Aplicando las ecuaciones de Lagrange con la fuerza externa u sobre x y añadiendo términos de fricción lineal (si se desea modelarlos), se obtienen las ecuaciones (8) y (9) de movimiento no lineales:

$$(M + m) \ddot{x} + ml \cos \theta \ddot{\theta} - ml \sin \theta \dot{\theta}^2 + b_c \dot{x} = u, \quad (8)$$

$$ml \cos \theta \ddot{x} + ml^2 \ddot{\theta} - mgl \cos \theta + b_p \dot{\theta} = 0. \quad (9)$$

Estas ecuaciones pueden escribirse en forma matricial conveniente como se observa en la ecuación (10):

$$\begin{bmatrix} (M+m) & ml \cos \theta \\ ml \cos \theta & ml^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -ml \sin \theta \dot{\theta}^2 + b_c \dot{x} \\ -mgl \cos \theta + b_p \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Para análisis local y diseño clásico, se linealizan las ecuaciones del péndulo alrededor del equilibrio $(0,0,0,0)$ usando $\sin \theta \approx \theta$ y $\cos \theta \approx 1$ y despreciando términos de orden superior. Descartando fricciones para la presentación básica, las ecuaciones linealizadas son la (11) y (12):

$$(M + m) \ddot{x} + ml \ddot{\theta} = u, \quad (11)$$

$$ml \ddot{x} + ml^2 \ddot{\theta} - mgl \theta = 0. \quad (12)$$

Resolviendo para las aceleraciones (derivada máxima): como se describe en las ecuaciones (13) y (14):

$$\ddot{x} = \frac{1}{M}u - \frac{mg}{M}\theta, \quad (13)$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{1}{Ml}u + \frac{(M+m)g}{Ml}\theta. \quad (14)$$

Si el estado está definido como en la ecuación (15):

$$x = [x \dot{x} \theta \dot{\theta}]^T \quad (15)$$

Con entrada u , las ecuaciones anteriores se escriben en forma de espacio de estados.

Metodología

El sistema por diseñar consiste en un péndulo invertido que debe permanecer en equilibrio vertical montado en un

carro móvil, con fines educativos. Esto se alinea con el objetivo inicial: diseñar y construir el sistema minimizando al máximo los costos para hacerlo más accesible en comparación con otros disponibles en el mercado.

Esto se logrará mediante un controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) implementado digitalmente en un Arduino.

Diseño

Para construir el prototipo, nos basamos en una implementación de control de lazo cerrado. Esto incluyó el uso de un controlador PID digital para proporcionar el control más estable posible, así como un filtro Kalman, cuyo objetivo era minimizar el ruido en el prototipo y lograr un control más estable, como se muestra en la Figura 2.

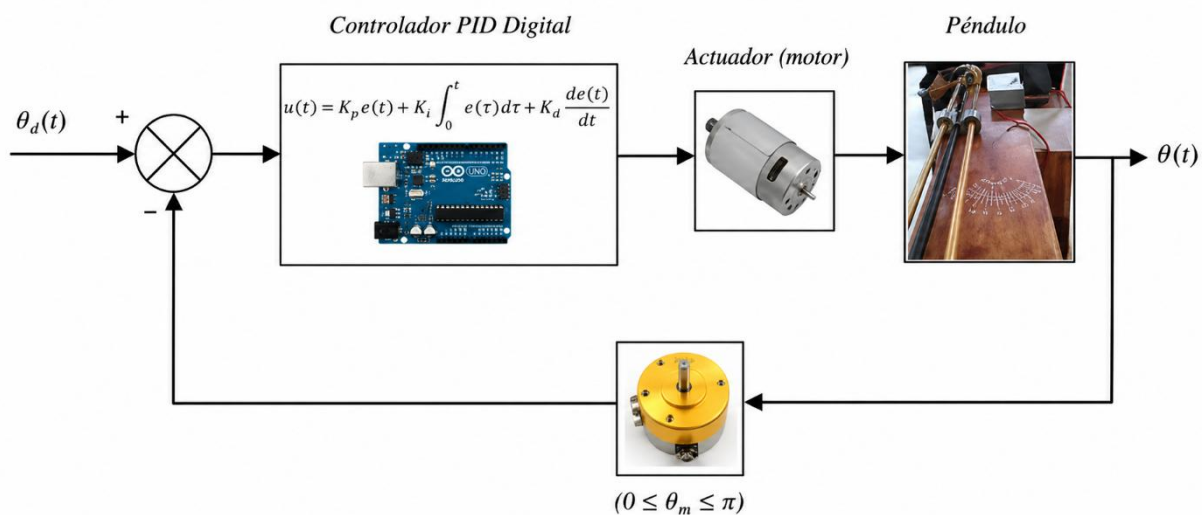


Figura 2. Diagrama de bloques en lazo cerrado con controlador PID digital. Fuente: Elaboración propia.

El filtro de Kalman es un algoritmo recursivo que se utiliza para estimar el estado de un sistema dinámico a partir de mediciones con ruido. Este filtro combina los datos de los sensores con un modelo matemático del sistema para

generar una estimación más precisa del estado real, como se muestra en la Figura 3.

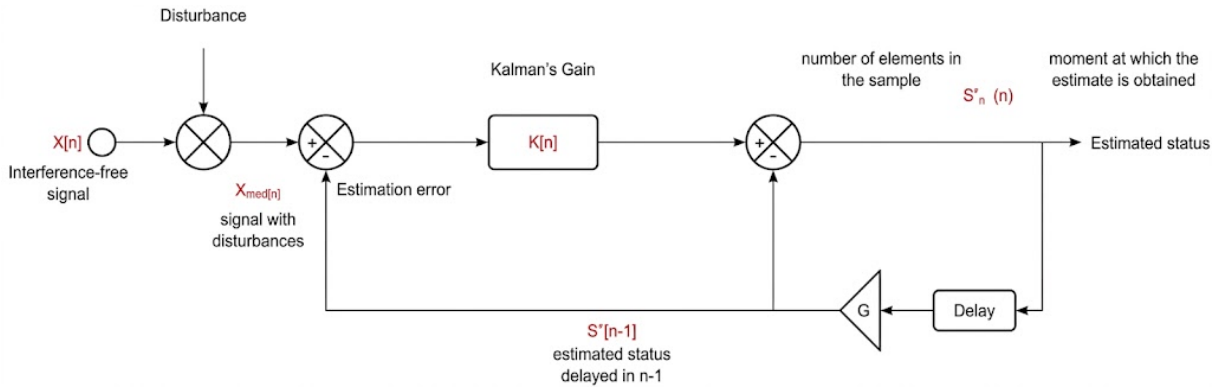


Figura 3. Diagrama de bloques del filtro Kalman. Fuente: Elaboración propia.

Construcción del sistema

Se seleccionó el controlador PID, ya que este controlador no depende explícitamente del modelo del sistema para su diseño. Además, es un tipo de controlador ampliamente utilizado en la industria. En este estudio, se desarrollará un prototipo de péndulo invertido para mantenerlo en posición vertical invertida (equilibrio inestable), minimizando el esfuerzo de control y otros factores indeseables.

Para lograrlo, se implementa un controlador PID digital programado en Arduino. Este permite controlar la estabilidad del péndulo. Esto se logra mediante un motor que, mediante variaciones en el ángulo indicado por el potenciómetro, que actúa como sensor en el péndulo, lo devolverá a la posición deseada siempre que se registren variaciones en su ángulo.

Para un control adecuado del motor, se utilizará un módulo PWM de alta potencia, considerando la potencia del motor debido a las demandas del propio péndulo. Uno de los objetivos de este estudio es fabricar un prototipo que, además de ser funcional y de alto rendimiento, sea también más viable económicamente en comparación con otros disponibles en el mercado. Para ello, su construcción se basará en componentes generalmente más accesibles y de bajo coste, sin sacrificar el rendimiento y la funcionalidad óptimos del péndulo. Con estas consideraciones en mente, se seleccionaron los componentes más adecuados para el funcionamiento óptimo y correcto del prototipo, garantizando su viabilidad y funcionalidad, cumpliendo con los estándares de los péndulos actuales en el mercado.

Para la construcción del péndulo se consideraron los siguientes materiales:

- Tabla de 80 x 20 x 4 cm (90 \$).
- Tubos de cobre de 60 cm (100 \$ cada uno).

- 2 rodamientos de bolas de 12 mm (150 \$ cada uno).
- Motor de CC de un taladro de impacto (600 \$).
- 1 módulo Arduino (100 \$).
- Cables de puente (30 \$).
- Fuente de alimentación de voltaje variable.
- Soportes de madera (20 \$).
- Banda elástica (60 \$).
- Caja metálica reciclada.
- Fuente de alimentación de puente H (150 \$).

La funcionalidad óptima de este prototipo garantizaría un control eficaz y preciso del péndulo, comenzando con una base robusta que resista la fuerza del motor al cambiar de dirección para devolver el péndulo a la posición deseada. Además de ser económicamente viable, se optó por una base de madera, lo que reduce considerablemente el coste.

Como punto de partida, se instalarán dos bases de madera, que se atornillarán para asegurar una base firme para el péndulo, que no ceda bajo la fuerza generada por el motor.

Posteriormente, se realiza un corte en las bases de madera para instalar dos tubos de cobre, que servirán como riel para el desplazamiento del péndulo. Sobre estos tubos se colocan dos rodamientos de bolas, junto con una pequeña base de madera que los une para que sigan la trayectoria de los tubos. Antes de realizar este proceso, los tubos deben lubricarse con aceite Motul para evitar que la fricción afecte al movimiento del péndulo. Sobre esta base, donde se colocaron los rodamientos, se instala el potenciómetro junto con un acoplamiento, que servirá de base para el péndulo. El péndulo seguirá la trayectoria determinada por los tubos, así como por una banda elástica que será manipulada por el motor.

Una vez instalada la base del péndulo, se conectan los módulos Arduino, junto con el PWM de alta potencia, al motor y al potenciómetro. Para garantizar un funcionamiento óptimo, estos componentes se alojan en una carcasa metálica para evitar la exposición de los circuitos a agentes externos que puedan afectarlos o dañarlos.

Dado que el motor de alta potencia puede sobrecalentar el módulo PWM, el ventilador debe orientarse hacia este último para evitarlo y prolongar la vida útil del péndulo. Una vez ensamblados todos los elementos físicos, se conecta todo y comienzan las pruebas con un código PID digital implementado en Arduino. Este código debe tener ganancias proporcionales y derivativas, diseñadas para permitir una respuesta rápida a los errores del sistema. La ganancia de control derivativa tiene como objetivo anticipar variaciones, mientras que la ganancia integral busca obtener un cálculo más preciso.

Finalmente, el potenciómetro se calibra según el comportamiento del motor al estabilizar el péndulo, manipulando las ganancias integral y derivativa.

El sensor (potenciómetro de precisión) registra el ángulo actual (ángulo medido), que se registra en el código Arduino. En función de esto, con la ayuda del PID, envía una señal al motor para que se ajuste y alcance el ángulo deseado registrado en el código. Este es el valor registrado por el potenciómetro. Mientras el potenciómetro no registre el ángulo deseado, el motor seguirá intentando llevar el péndulo al ángulo deseado, como se muestra en la Figura 4.

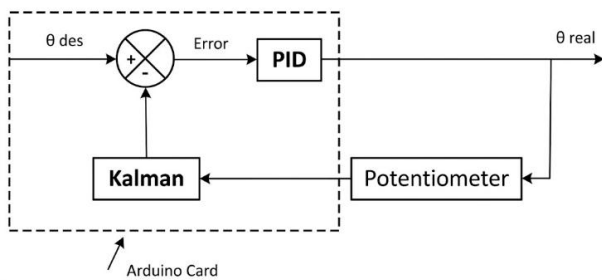


Figura 4. Diagrama de bloques de circuito cerrado con retroalimentación. Fuente: Elaboración propia.

El diagrama muestra un sistema de control de lazo cerrado implementado en una placa Arduino. El ángulo deseado (θ_{des}) se compara con el ángulo real estimado por un filtro Kalman, que recibe la medición de un potenciómetro y elimina el ruido. La diferencia entre ambos valores se calcula en el sumador como un error, que es procesado por un controlador PID.

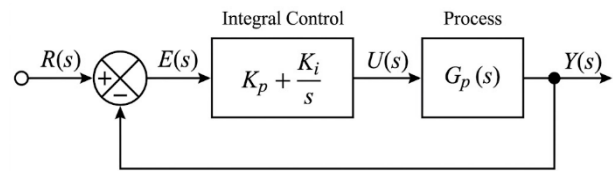


Figura 5. Diagrama de bloques de circuito cerrado con retroalimentación. Fuente: Elaboración propia.

Esto genera una señal de control que ajusta el motor para mover el sistema hasta alcanzar el ángulo deseado. El potenciómetro vuelve a medir el ángulo real, cerrando el lazo de control.

Implementación de leyes de control

Al programar el sistema de control, no se consideraron en detalle los parámetros físicos del péndulo; en cambio, se buscó adaptar los parámetros de programación a las características físicas reales del sistema.

Con esto en mente, el código PID digital se desarrolló a partir de una versión analógica previamente implementada (Fadali y Visioli, 2012), (Kuo, 1996), (Ogata, 2003).

La ecuación (16) define en términos generales los componentes y la estructura de un controlador PID ideal en tiempo continuo.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (16)$$

En términos generales, los componentes y la estructura del PID son los siguientes (Åström y Haglund, 1995):

Acción de control integral

K_i es una constante ajustable. Si el valor de $e(t)$ se duplica, el valor de $u(t)$ cambia el doble de rápido. Para un error cero, el valor de $u(t)$ permanece estacionario. En ocasiones, la acción de control integral se denomina control de reinicio. Esto se expresa en la ecuación (17).

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (17)$$

Además, para una mejor aproximación en la integración y para garantizar la exactitud de esta parte, se utiliza la regla trapezoidal como se ilustra en la ecuación (18).

$$\int_0^t e(\tau) d\tau = \sum_{k=0}^n \frac{h(e(k) + e(k-1))}{2} \quad (18)$$

Donde h es el periodo de muestreo.

Acción de control proporcional

K_p se conoce como ganancia proporcional. Independientemente del mecanismo o sistema y de la forma de la potencia de operación, el controlador proporcional actúa como un amplificador con ganancia ajustable, tal como se muestra en la ecuación (19) y como se muestra en la figura 6.

$$u(t) = K_p e(t) \quad (19)$$

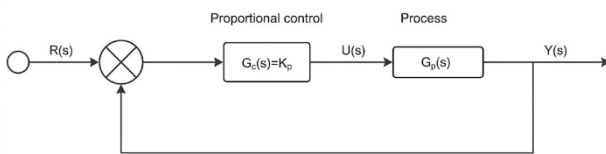


Figura 6. Diagrama de bloques de control proporcional. Fuente: elaboración propia.

Acción de control proporcional-integral

K_p es la ganancia proporcional y K_i es la ganancia integral. Tanto K_p como K_i son ajustables. La ganancia integral ajusta la acción de control integral, mientras que un cambio en el valor de K_p modifica tanto la parte integral como la proporcional de la acción de control, el cual se representa matemáticamente en la ecuación (20) y en el diagrama de la Figura 7.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (20)$$

Acción de control proporcional-derivativo

En la ecuación (21) muestra que K_p es la ganancia proporcional y K_d es la constante derivativa. Tanto K_p como K_d son ajustables. La acción de control derivativo, a veces denominada control de velocidad, se produce cuando la magnitud de la salida del controlador es proporcional a la tasa de cambio de la señal de error. La acción de control derivativo tiene un carácter predictivo, como se muestra en la figura 7.

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (21)$$

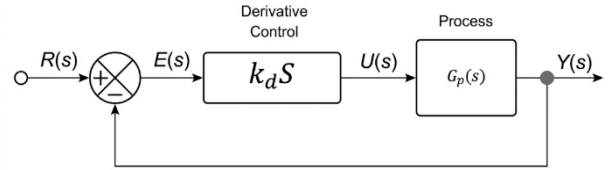


Figura 7. Diagrama de bloques de control derivativo. Fuente: Elaboración propia.

Código de programación

Comenzamos configurando los pines de entrada analógicos del potenciómetro y las salidas PWM para controlar el motor en dos direcciones.

```
const int PWM_L = 9;
const int PWM_R = 10;
const int Pot = A0;
```

Posteriormente declaramos las variables PID junto con las del filtro Kalman con el que se realizará el cálculo y filtrado.

```
// Kalman filter variables
float shat = 0.0, M = 0.0, num = 0.0,
media = 0.0, rest = 0.0, a = 1.0;
float errork = 0.0, K = 0.0;
int k = 1;
float var_n = 0.0;
float sigma_u = 0.00333;
float sigma_n = 0.0;

// PID control variables
double xdes = 801.5;
double xmed = 0.0;
double error = 0.0;
```

Su funcionamiento se resume de la siguiente manera: Lectura del sensor. En esta parte, se obtiene el valor del potenciómetro y se convierte para su procesamiento.

```
void loop() {
  int xmedk = analogRead(Pot);
  double xn = xmedk;

  calculatevariance(xn);
  filterkalman(xn);
  calculatePIDControl();
  applyControl();
  printData();
}
```

Filtrado de señal. Aquí se calcula la varianza del ruido del sensor y se aplica el filtro Kalman para suavizar la señal.

```
void calculateVariance(double xn) {
  var_n += xn;
  media = var_n / k;
  rest = pow((xn - media), 2);
  num += rest;
  sigma_n = num / k;
}

void KalmanFilter(double xn) {
```

```

shat = a * shat;
errork = xn - shat;
M = (pow(a, 2)) * (M + sigma_u);
K = M / (sigma_u + M);
shat += (K * errork);
M = (1 - K) * M;
k++;
}
    
```

Cálculo PID. Aquí se realiza el cálculo de la señal de control entre xmed y xdes.

```

void calculateControlPID() {
  xmed = shat;
  error = xdes - xmed;
  trapeze = h * (error + errorant) / 2;
  integral += trapeze;
  derivative = (error - errorant) / h;
  control = (kp * error) + (ki * integral) + (kd * derivative);
  control = constrain(control, -1500, 1500);
  if (abs(error) > 40) control = 0;
}
    
```

Aplicación del control al motor. En esta parte, la señal de control se asigna a un valor PWM y se envía al motor.

```

void applyControl() {
  int pwmValue = map(abs(control), 0, 10000, 0, 255);
  pwmValue = constrain(pwmValue, 0, 255);

  if (shat > xdes) {
    analogWrite(PWM_L, pwmValue);
    analogWrite(PWM_R, 0);
  } else if (shat < xdes) {
    analogWrite(PWM_L, 0);
    analogWrite(PWM_R, pwmValue);
  }
}
    
```

```

analogWrite(PWM_R, pwmValue);
} else {
  analogWrite(PWM_L, 0);
  analogWrite(PWM_R, 0);
}
}
    
```

Envío de datos vía serial. Aquí se muestran el shat, el error, el control y el PWM en el monitor serial.

```

Serial.print(shat);
Serial.print(" ");
Serial.print(error);
Serial.print(" ");
Serial.print(control);
Serial.print(" ");
Serial.println(map(abs(control), 0, 10000, 0, 255));
errorant = error;
}
    
```

Implementación Física

Este es un paso importante, ya que implica convertir todo, desde el diseño conceptual a un modelo físico, verificar su funcionalidad y validarlo como modelo funcional. En esta parte del proceso, el objetivo principal es ensamblar el prototipo, integrar cada pieza correctamente y someterlo a pruebas para verificar y validar su correcto funcionamiento, rendimiento y fiabilidad, utilizando materiales de alta calidad y fiables para su construcción, como se muestra en la Figura 8.

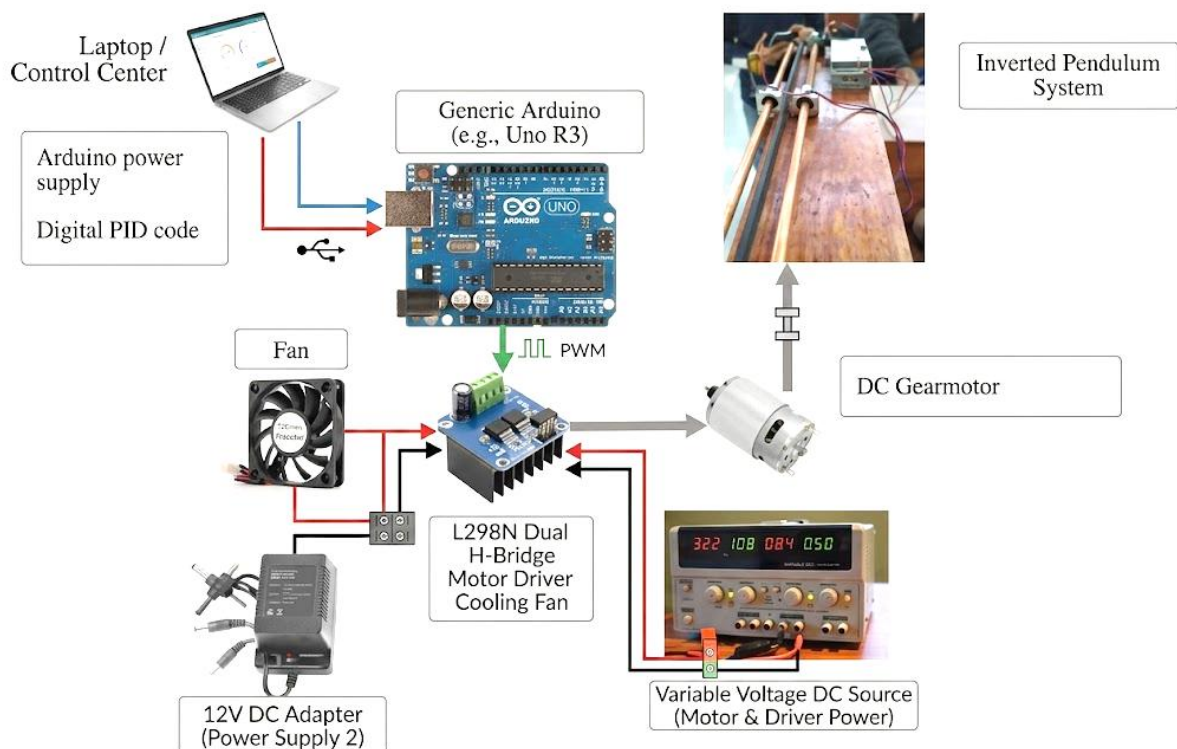


Figura 8. Diagrama gráfico e interconexión de los componentes. Fuente: Elaboración propia.

Pruebas experimentales

Una vez construido, comenzaron las pruebas. El péndulo tiene un recorrido de 60 centímetros de extremo a extremo, que se mueve sin fricción. El motor, utilizando el puente H, movió el péndulo sin problemas y con cambios de dirección eficientes.

Para registrar la posición deseada del péndulo, solo se disponía de programación. Por lo tanto, cada parámetro debía ajustarse dentro del programa para lograr un rendimiento aceptable, modificando los valores de K_p , K_d y X_d , manteniendo un ángulo fijo en el potenciómetro como punto de equilibrio. Este era el punto al que el péndulo debía regresar ante cualquier perturbación externa.

También se añadió una sentencia "if" para evitar que el péndulo se esforzara demasiado al intentar alcanzar la posición deseada, lo que resultó en un buen control del péndulo, como se muestra en la Figura 9.

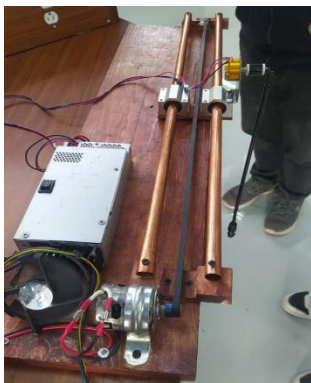


Figura 9. Prototipo terminado. Fuente: Elaboración propia.

Resultados

El desarrollo del sistema de control para el péndulo invertido montado en un carro tuvo como objetivo principal validar la viabilidad de construir un modelo funcional, económico y accesible como alternativa a los sistemas educativos comerciales de alta gama. Los resultados obtenidos reflejan tanto el progreso alcanzado como los desafíos enfrentados durante el proceso de implementación.

Uno de los principales desafíos fue la ausencia de un codificador rotatorio para la medición precisa del ángulo del péndulo. En su lugar, se implementó un potenciómetro de alta precisión, calibrado meticulosamente para obtener

lecturas suficientemente precisas. Esta solución, aunque más económica, requirió un riguroso proceso de alineación mecánica y validación experimental para minimizar los errores sistemáticos en la medición angular.

El actuador del sistema consistió en un motor de CC alimentado por una fuente de 15 V, controlado mediante un puente H modelo BTS7960. Durante las pruebas iniciales, se observó un comportamiento inestable cerca del punto de equilibrio, caracterizado por un sobre-impulso en la respuesta del actuador, lo que provocó un desplazamiento indeseado del carro hacia los extremos del riel.

Para mejorar la calidad de la señal del sensor angular, se implementó un filtro Kalman. En las primeras iteraciones, el filtro no atenuó suficientemente el ruido en la señal, especialmente durante los momentos iniciales de operación. Este comportamiento se atribuyó a una configuración incorrecta de los parámetros de error y modelo de ruido del filtro. Posteriormente, mediante un proceso empírico de ajuste y validación, se logró una configuración óptima, que permitió una mejora significativa en la calidad de la señal de entrada, reduciendo así las oscilaciones del sistema.

El controlador PID digital se programó en una placa Arduino Uno. Durante el proceso de prueba, se identificaron y corrigieron errores en el cálculo de los términos proporcional, integral y derivativo, lo cual fue crucial para lograr una respuesta del sistema más estable y eficiente.

Como resultado, el péndulo se mantuvo en posición vertical durante varios segundos, demostrando que un sistema de control económico puede estabilizar un sistema inherentemente inestable. La correcta implementación y ajuste del filtro Kalman, junto con la sintonización del controlador PID, fueron elementos clave para lograr esta estabilidad transitoria.

Los siguientes gráficos muestran el comportamiento de las diferentes partes del sistema durante un período de 23 segundos.

Señal de control

Se observan varios picos en la señal, resultado de las correcciones PID. Algunos cambios bruscos se deben al ruido del potenciómetro y a la falta de un sensor más preciso, como se muestra en la figura 10.

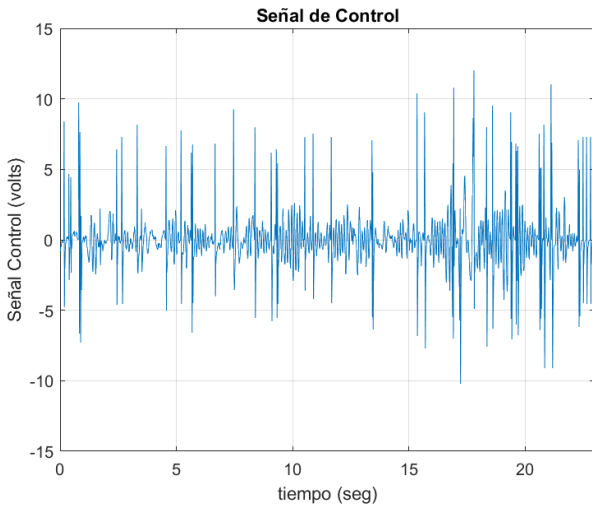


Figura 10. Señal de control. Fuente: Elaboración propia.

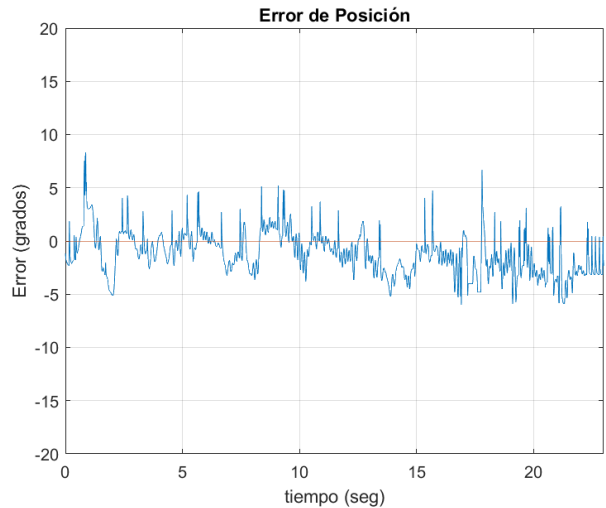


Figura 12. Error de posición. Fuente: Elaboración propia.

Posición Angular

La posición del péndulo fluctúa alrededor de 90°, con intervalos de tiempo en los que permanece alrededor del punto de equilibrio, lo que indica que el control funciona parcialmente, como se muestra en la Figura 11.

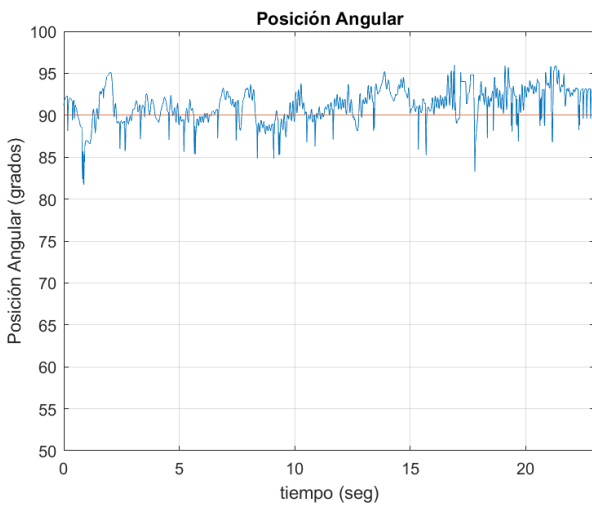


Figura 11. Posición angular. Fuente: Elaboración propia.

Error de posición

El error disminuye con el tiempo gracias al uso del filtro de Kalman. Aunque existen algunas variaciones, la señal se vuelve más estable a medida que avanza el experimento, como se muestra en la Figura 12.

Señal PWM del motor

La señal PWM presenta caídas abruptas y frecuentes, lo que refleja las constantes correcciones del controlador ante errores de posición. Estas variaciones pueden estar relacionadas con ruido en la señal de entrada o la falta de un sensor de mayor resolución, lo que afecta la estabilidad del control, como se muestra en la Figura 13.

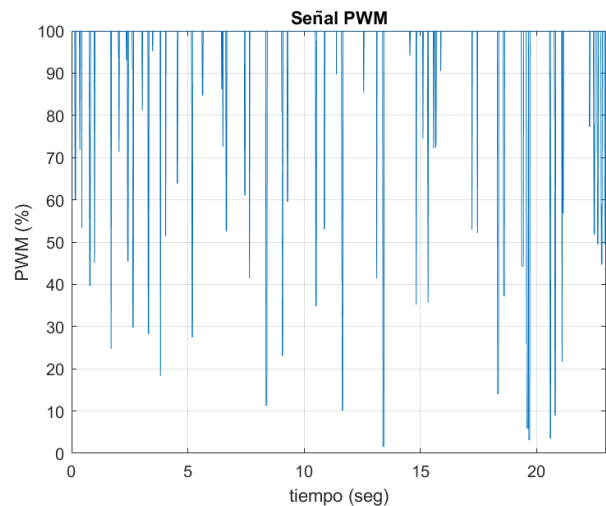


Figura 13. Señal PWM del motor. Fuente: Elaboración propia.

Análisis comparativo de prototipos

La Como parte de la evaluación de prototipos, se llevó a cabo una comparación entre el prototipo desarrollado en el presente proyecto y el sistema de Quanser (Quaser,

2024), reconocido por su aplicación en entornos de investigación avanzada.

Ambos modelos representan enfoques válidos para la implementación de un péndulo invertido sobre carro, aunque difieren considerablemente en términos de complejidad, escalabilidad, sistema de control e instrumentación. Mientras el prototipo propuesto ha sido diseñado con fines didácticos y de bajo costo, orientado a facilitar la comprensión de principios de control automático, el sistema Quanser integra capacidades avanzadas que lo hacen adecuado para laboratorios especializados.

Este análisis permite identificar los alcances y limitaciones del diseño propio, así como ubicarlo dentro de una variedad de soluciones existentes, evaluando su enfoque como plataforma académica de bajo costo frente a sistemas comerciales de alta gama.

Criterio	Prototipo Propio (Diseño del presente proyecto)	Prototipo Quanser
Diseño y Construcción	Construcción metálica montada sobre base de madera. Estructura funcional.	Estructura metálica industrial, componentes de alta precisión y durabilidad.
Sistema de Control	Arduino UNO. Algoritmo PID implementado con apoyo de Filtro de Kalman para mejorar la estimación de estado.	Controladores dedicados (QUARC) + MATLAB/Simulink.
Instrumentación y Monitoreo	Motor de taladro de impacto modificado como actuador. Potenciómetro de alta precisión para medición angular. Visualización mediante aplicación Arduino.	Actuadores de alta precisión (motores lineales/servos industriales). Sensores profesionales (encoders ópticos de alta resolución).
Costo y Alcance Académico	Costo estimado de \$1,300 MXN (\$69 USD). Alta	Costo aproximado \$15,000–

	accesibilidad como herramienta didáctica de bajo presupuesto.	\$30,000 USD).
Aplicabilidad	Enseñanza práctica para pruebas de control automático. Plataforma accesible para instituciones educativas.	Ideal para laboratorios avanzados y proyectos de investigación.

Para evaluar el desempeño del prototipo desarrollado, se seleccionaron y midieron varias métricas cuantitativas simples que permiten una valoración objetiva de su funcionamiento en la práctica. Estas métricas incluyen:

Tiempo de estabilización: El sistema reduce el error inicial de -10° en los dos primeros segundos, y alcanza un error en estado estacionario de alrededor de $\pm 5^\circ$ después de 5 segundos. La señal de control se estabiliza en ± 15 V para el mismo intervalo, indicando que el sistema corrige la perturbación en 5 segundos.

Error máximo y comportamiento transitorio: El error de posición presenta un pico máximo de $\pm 10^\circ$ en los primeros 2 segundos, seguido de una reducción gradual. Después de los 5 segundos, las oscilaciones se mantienen dentro de $\pm 5^\circ$, sin llegar a cero.

Eficiencia del PWM: El ciclo de trabajo comienza en 100% (en los 0 segundos) y se reduce hasta un 20% en los cinco segundos, tiempo en que se reduce el error.

Respuesta angular: La posición angular oscila entre 0° y $\pm 5^\circ$ durante los primeros 5 segundos, estabilizándose con variaciones menores a $\pm 2^\circ$ después de este tiempo.

Estas características dependen críticamente del ajuste de los parámetros del controlador PID y del Filtro de Kalman. Una sintonización óptima de estos elementos podría permitir que el prototipo iguale o incluso supere las características de sistemas profesionales como el de Quanser.

Discusión

Los resultados obtenidos confirman que el péndulo de carro invertido continúa siendo un tema de estudio recurrente en el ámbito del control automático,

principalmente por su comportamiento inherentemente inestable y no lineal. Estas características lo convierten en un proyecto didáctico ideal para probar y comparar diferentes estrategias de control, tanto en entornos académicos como de investigación.

A pesar de las limitaciones asociadas al uso de componentes de bajo costo, se demostró que es posible estabilizar el sistema mediante técnicas convencionales como el controlador PID, el cual permite identificar y corregir errores en tiempo real para alcanzar el equilibrio del péndulo. Además, la incorporación de un filtro de Kalman para el procesamiento de señales permitió reducir el ruido proveniente de los sensores, lo cual mejoró la estabilidad general del sistema, aun cuando se requirieron ajustes iniciales para su correcta implementación.

La ausencia de un sensor sobre el motor (encoder) para la medición de la posición del carro sobre el riel definió un desafío mayor en la acción de control, pues debido a esto el controlador PID solo dependió del ángulo de la barra. Esta limitación obligó a realizar ajustes manuales y pruebas iterativas para obtener un desempeño aceptable. Asimismo, se observó que la estabilidad del péndulo solo se mantiene por lapsos breves, y las oscilaciones persistentes indican que aún se requiere una mejora en la robustez del sistema de control.

Desde una perspectiva educativa, el proyecto demuestra ser altamente replicable y útil para la enseñanza de conceptos clave en teoría de control. Su implementación con hardware accesible lo convierte en una herramienta valiosa para laboratorios académicos de nivel universitario, fomentando el aprendizaje activo a través del diseño, ajuste y prueba de algoritmos de control.

En resumen, el proyecto no solo cumplió con su objetivo principal de estabilizar el péndulo, sino que también abrió oportunidades para futuras mejoras, incluyendo el uso de sensores más precisos, controladores más avanzados y técnicas de aprendizaje en control. Asimismo, destaca por su potencial como proyecto educativo replicable, capaz de enriquecer la formación de estudiantes en el área de ingeniería.

Conclusión

El desarrollo de este proyecto demostró la viabilidad de implementar un sistema de control para un péndulo invertido en un carro utilizando componentes de bajo costo. A lo largo del proceso, se enfrentaron diversos desafíos técnicos, como la calibración del potenciómetro de alta precisión, dificultades en el control del motor y problemas de estabilidad del sistema. Sin embargo,

mediante soluciones creativas y adaptaciones experimentales, se logró estabilizar parcialmente el péndulo y validar el funcionamiento del controlador PID digital implementado en una plataforma Arduino.

La incorporación de un filtro Kalman fue esencial para mejorar la calidad de la señal del sensor, lo que contribuyó a una respuesta más estable del sistema. Además, el ajuste cuidadoso de los parámetros del controlador permitió que el sistema respondiera eficientemente a perturbaciones externas, cumpliendo así los objetivos iniciales.

Este trabajo no solo demostró la viabilidad técnica del proyecto, sino que también destacó su valor educativo, permitiendo la aplicación práctica de los conocimientos en control automático. Además, sirvió como ejemplo del potencial de las soluciones de bajo costo en entornos de formación académica.

Finalmente, los resultados obtenidos abren la posibilidad de futuras mejoras, como la integración de sensores más precisos o el uso de técnicas de control más avanzadas.

Referencias

- Alhiqari, A. (2022). State estimation of an inverted pendulum on cart system by Kalman filtering and optimal control (LQG). IEEE Xplore. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9837694/authorsGanster>, D. C. . Schaubroeck, J. . Sime. W. E. . & Mayes. B. T. (1991). The nomological validity of the Type A personality among employed adults. *Journal of Applied Psychology*, 76, 143-168. doi:10.1037/0021-9010.76.1.143
- Åström, K. J., & Haglund, T. (1995). PID controllers: Theory, design, and tuning. Instrument Society of America.
- Ayyub, M. (2014). Simple easy inverted pendulum balancing robot. Duino4Projects. <https://duino4projects.com/simple-easy-inverted-pendulum-balancing-robot/>
- Bass, J. C., Martínez, J. R., Díaz, E. O., & Mena, F. O. (2024). Implementación de un controlador para robot de tipo péndulo invertido. *Perspectivas ESPOCH*. http://perspectivas.esPOCH.edu.ec:8081/index.php/RCP_ESPOCH/article/view/222
- Cardona Soto, J. (2022). Stabilization of the inverted pendulum carriage applying time-variable nonlinear optimal control. *Pistas Educativas*. <https://pistaseducativas.celaya.tecnm.mx/index.php/pistas/article/view/2639/2109>
- Dawane, M. K., & Malwatkar, G. M. (2025). Theoretical and experimental implementation of PID and sliding mode control on an inverted pendulum system. *BEEI*. <https://beei.org/index.php/EEI/article/view/8439>
- Fadali, M. S., & Visioli, A. (2012). *Digital control engineering: Analysis and design*. Academic Press.

- Hanekam, H. (2021). Implementation and control of an inverted pendulum on a cart. University of Tromsø. <https://munin.uit.no/handle/10037/21797>
- Kumar, A. (2020). Adaptive Kalman filtering model predictive controller design for stabilizing and trajectory tracking of inverted pendulum. SpringerLink. <https://link.springer.com/article/10.1007/s40031-020-00490-5>
- Kumar, V., & Agarwal, R. (2022). Modeling and control of inverted pendulum cart system using PID-LQR based modern controller. IEEE Xplore. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9887706/authors>
- Kuo, B. C. (1996). Sistemas de control automático. Pearson Education.
- Kuzbari Mora, M. (2020). Estudio comparativo entre el control PID clásico y el control PID fraccionario aplicado al sistema del péndulo invertido. UTP Repository. <https://repositorio.utp.edu.co/entities/publication/0a6f20a2-4bc8-4601-92d6-c0c43a512b82>
- Mazza, L., Lentini, L., & Pepe, G. (2021). Analysis and control of an inverse pendulum on cart either pneumatically or electrically actuated. Politecnico di Torino. <https://webthesis.biblio.polito.it/18058/>
- Namasivayam, V. (2021). Design, modeling and control of an inverted pendulum on a cart [Unpublished doctoral dissertation]. ProQuest. <https://www.proquest.com/openview/d131a2e49a472b02dc1b919f6a40425f1?cbl=18750&diss=y&pq-origsite=gscholar>
- Ogata, K. (2003). Ingeniería de control moderna. Pearson Education.
- Orozco Torres, D. V. (2022). Diseño e implementación de un péndulo invertido auto balanceado montado en un carro móvil para el análisis de distintas técnicas de control automático. ESPOCH. <http://dspace.esepoch.edu.ec/handle/123456789/17204>
- Palacios, G., Zarate, M., & Eduardo, D. (2021). Mejoramiento de la plataforma de control de un péndulo invertido marca Feedback 33-9361C. UPS. <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/21115>
- Quanser. (2024). Linear Servo Base Unit with Inverted Pendulum. Recuperado de <https://www.quanser.com/products/linear-servo-base-unit-inverted-pendulum/>
- Roca García, J. L. (2015). Diseño e implementación de un péndulo invertido sobre un carro móvil para el laboratorio de mecatrónica de la FIMCP aplicando estrategias de control proporcional integral derivativo (PID). ESPOL. <https://www.dspace.espol.edu.ec/xmlui/handle/123456789/31526>
- Sarkar, S. (2021). Modeling, analysis and control of cart-inverted pendulum systems and fundamental tradeoffs [Master's thesis]. ProQuest. <https://www.proquest.com/openview/0436dee4fea3178153ed704ef257f87e/1?cbl=18750&diss=y&pq-origsite=gscholar>
- Sert, Y., & Gun, A. (2021). PID control implementation of an inverted pendulum system. JSR-A. <https://dergipark.org.tr/en/pub/jsr-a/issue/67627/1038861>
- Triviño Macias, L. G. (2020). Modelado, simulación y control de un péndulo invertido. UAB Repository. <https://ddd.uab.cat/record/234238>
- Turner, D., & Cooley, K. (2015). A low-cost and flexible open-source inverted pendulum for feedback control laboratory courses. ASEE. <https://peer.asee.org/a-low-cost-and-flexible-open-source-inverted-pendulum-for-feedback-control-laboratory-courses>
- Wiener, M., & Zucker, E. (2018, May 23). Zipy is a homebrew inverted pendulum. Arduino Blog. <https://blog.arduino.cc/2018/05/23/zipy-is-a-homebrew-inverted-pendulum/>
- Zjor. (2019). Inverted pendulum on a cart. Arduino Project Hub. <https://projecthub.arduino.cc/zjor/inverted-pendulum-on-a-cart-d4fdcf>