

Transferencia de calor de las aletas con geometría cilíndrica mediante el método de diferencias finitas y el calentamiento global

Heat transfer from fins with cylindrical geometry using the finite difference method and global heating

Ricardo Martínez Muñoz ^a, Arturo Cruz Avilés ^b, Jorge Zuno Silva ^c, Isaías simón Marmolejo ^d,
Martín Ortiz Domínguez ^e

Abstract:

The study of heat transfer in systems with cylindrical fins, analyzed using the finite difference method, enables an understanding and prediction of thermal behavior in various industrial processes. In this study, Polymath Plus software was used in conjunction with the Gauss-Seidel iterative method to determine the temperature distribution along the fin. The results obtained demonstrate the usefulness of numerical methods for solving conduction problems with complex boundary conditions, providing accurate tools for the design and optimization of thermal systems. Furthermore, this type of analysis is particularly relevant in the context of global warming, as human activities have altered the planet's thermal balance through the emission of greenhouse gases. As a result, extreme weather events are intensifying, affecting essential resources such as water and food production, and primarily impacting the most vulnerable populations. In this regard, it is essential to link scientific knowledge and technological development with principles of sustainability and the promotion of a culture of peace.

Keywords:

Heat transfer, cylindrical fins, finite differences, global warming, sustainability, culture of peace

Resumen:

El estudio de la transferencia de calor en sistemas con aletas de geometría cilíndrica, analizados mediante el método de diferencias finitas, permite comprender y predecir el comportamiento térmico en diversos procesos industriales. En este trabajo, se empleó el software Polymath Plus junto con el método iterativo de Gauss-Seidel para determinar la distribución de temperaturas a lo largo de la aleta. Los resultados obtenidos evidencian la utilidad de los métodos numéricos para la solución de problemas de conducción con condiciones de frontera complejas, proporcionando herramientas precisas para el diseño y optimización de sistemas térmicos. Asimismo, este tipo de análisis adquiere relevancia en el contexto del calentamiento global, ya que las actividades humanas han modificado el equilibrio térmico del planeta mediante la emisión de gases de efecto invernadero. Como consecuencia, se intensifican fenómenos climáticos extremos que afectan recursos esenciales como el agua y la producción de alimentos, impactando principalmente a las poblaciones más vulnerables. En este sentido, resulta fundamental vincular el conocimiento científico y el desarrollo tecnológico con principios de sostenibilidad y promoción de una cultura de paz.

Palabras Clave:

a Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0005-5781-5336>, Email: ma391420@uaeh.edu.mx

b Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0003-0455-1646>, Email: arturo_cruz8085@uaeh.edu.mx

c Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0002-1997-5399>, Email: jorge_zuno@uaeh.edu.mx

d Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0003-2116-6192>, Email: isaiaism@uaeh.edu.mx

e Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0003-4475-9804>, Email: martin_ortiz@uaeh.edu.mx

Fecha de recepción: 30/03/2026, Fecha de aceptación: 27/04/2026, Fecha de publicación: 05/07/2026

DOI: <https://doi.org/10.29057/escs.v13i26.17324>



Introducción

La transferencia de calor es uno de los fenómenos fundamentales en el estudio de la física y la ingeniería, ya que describe la forma en que la energía térmica se transfiere entre cuerpos o sistemas debido a una diferencia de temperatura. Este proceso ocurre de manera natural a través de tres mecanismos principales: conducción, convección y radiación, los cuales están presentes tanto en sistemas naturales como en aplicaciones industriales. En particular, el análisis de la transferencia de calor resulta esencial para el diseño y optimización de equipos térmicos, donde la eficiencia energética y el control de temperatura son factores determinantes (Incropera et al., 2007). Dentro de este campo, el uso de aletas constituye una estrategia ampliamente utilizada para mejorar la disipación de calor en superficies expuestas a un fluido. Las aletas, que pueden presentar diversas geometrías, incrementan el área de contacto entre el sólido y el medio circundante, facilitando así la transferencia térmica. Entre las configuraciones más comunes se encuentran las aletas de geometría cilíndrica, las cuales son empleadas en intercambiadores de calor, motores, sistemas electrónicos y otros dispositivos donde se requiere una adecuada gestión térmica. El análisis de este tipo de sistemas implica la resolución de ecuaciones diferenciales que describen la distribución de temperatura a lo largo de la aleta.

Para abordar estos problemas, especialmente cuando las soluciones analíticas resultan complejas o imposibles de obtener, se recurre a métodos numéricos como el método de diferencias finitas. Este método permite discretizar el dominio de estudio y transformar las ecuaciones diferenciales en sistemas de ecuaciones algebraicas que pueden resolverse de manera aproximada mediante herramientas computacionales. Gracias a su versatilidad y precisión, el método de diferencias finitas se ha consolidado como una herramienta clave en la simulación de fenómenos de transferencia de calor, facilitando el análisis de sistemas con condiciones de frontera complejas (Incropera et al., 2007). En las últimas décadas, el estudio de la transferencia de calor ha adquirido una relevancia adicional debido a su estrecha relación con problemáticas ambientales globales, particularmente el calentamiento global. Este fenómeno se refiere al incremento sostenido de la temperatura promedio del planeta, provocado principalmente por el

aumento en la concentración de gases de efecto invernadero en la atmósfera.

Estos gases, como el dióxido de carbono (CO_2) y el metano (CH_4), alteran el balance energético de la Tierra al retener parte de la radiación térmica que debería liberarse al espacio, generando así un efecto de acumulación de calor (IPCC, 2021). El desequilibrio en la transferencia natural de calor del planeta ha dado lugar a una serie de consecuencias ambientales significativas. Entre ellas se encuentran el aumento en la frecuencia e intensidad de eventos climáticos extremos, tales como olas de calor, sequías prolongadas, tormentas intensas e inundaciones. Estos fenómenos no solo afectan los ecosistemas, sino que también tienen un impacto directo en las actividades humanas, especialmente en sectores como la agricultura, el abastecimiento de agua y la generación de energía. Como resultado, se incrementa la vulnerabilidad de diversas regiones, particularmente aquellas con menores recursos económicos y tecnológicos (IPCC, 2021).

Asimismo, diversos sectores industriales contribuyen de manera significativa al calentamiento global debido a su alta demanda energética y a la emisión de grandes cantidades de calor y contaminantes. Industrias como la del acero, el cemento, el petróleo y la generación de energía térmica dependen en gran medida de combustibles fósiles, lo que incrementa las emisiones de gases de efecto invernadero. De igual manera, el crecimiento del transporte aéreo y terrestre, así como el desarrollo de infraestructuras tecnológicas como los centros de datos, ha generado un aumento considerable en el consumo energético a nivel global (IEA, 2022). Las consecuencias del calentamiento global no se limitan al ámbito ambiental, sino que también tienen profundas implicaciones sociales. La escasez de recursos naturales, como el agua y los alimentos, puede generar tensiones entre comunidades y países, dando lugar a conflictos sociales, migraciones forzadas y desigualdades económicas. Estas problemáticas representan un desafío importante para la construcción de una cultura de la paz, entendida como un conjunto de valores, actitudes y comportamientos que promueven la convivencia armónica, la justicia social y el respeto por el entorno.

En este contexto, el estudio de la transferencia de calor, más allá de su importancia técnica, se convierte en una herramienta clave para comprender el impacto de las actividades humanas sobre el equilibrio térmico del

planeta. La aplicación de métodos numéricos, como el de diferencias finitas, en el análisis de sistemas térmicos, permite desarrollar soluciones más eficientes y sostenibles, contribuyendo a la reducción del consumo energético y de las emisiones contaminantes. Finalmente, la integración del conocimiento científico con la conciencia ambiental resulta fundamental para enfrentar los desafíos del cambio climático.

La educación en temas de transferencia de calor y sostenibilidad no solo fortalece la formación académica, sino que también promueve valores como la responsabilidad, la cooperación y el respeto por la vida. De esta manera, se fomenta una ciudadanía informada y comprometida, capaz de tomar decisiones orientadas hacia el desarrollo sostenible y la construcción de una sociedad más justa y pacífica. En este trabajo se presenta un estudio de la transferencia de calor en una aleta cilíndrica con punta adiabática mediante dos enfoques numéricos: el método de diferencias finitas y el método iterativo de Gauss-Seidel. A partir de su aplicación, se comprueba la compatibilidad y consistencia entre ambos métodos. Este análisis térmico permite predecir el comportamiento del sistema, optimizar su diseño y garantizar la estabilidad térmica en diversas aplicaciones mecánicas, eléctricas e industriales.

Medidas empresariales para reducir la generación de calor y emisiones

Las empresas desempeñan un papel crucial en la mitigación del impacto ambiental asociado a la generación de calor y a las emisiones de gases de efecto invernadero. La creciente conciencia sobre el cambio climático y sus efectos sociales y ambientales ha impulsado la adopción de estrategias que permiten disminuir la huella térmica de los procesos industriales y promover la sostenibilidad. Estas medidas no solo contribuyen a la preservación del medio ambiente, sino que también refuerzan la responsabilidad social empresarial y fomentan la cultura de la paz al reducir tensiones asociadas a la escasez de recursos y conflictos ambientales (IEA, 2022). Una de las estrategias más efectivas es la implementación de tecnologías de captura de calor residual, conocidas también como cogeneración. Este enfoque consiste en reutilizar el calor generado por procesos industriales para producir energía eléctrica o térmica adicional. Por ejemplo, en la industria del acero o del cemento, grandes cantidades de calor se pierden durante la operación de hornos y reactores.

La cogeneración permite aprovechar este calor, reduciendo la necesidad de combustibles fósiles y, en consecuencia, las emisiones de dióxido de carbono (Lund

et al., 2015). Además, este sistema aumenta la eficiencia energética de la planta, disminuyendo costos operativos y contribuyendo a una operación más sostenible.

El uso de energías renovables, como la solar y la eólica, constituye otra medida clave. Empresas de sectores variados, desde manufactura hasta tecnología, han comenzado a integrar paneles solares, aerogeneradores y sistemas híbridos en sus instalaciones, disminuyendo la dependencia de fuentes de energía térmica basadas en combustibles fósiles. La adopción de estas tecnologías permite reducir significativamente la generación de calor y las emisiones asociadas, a la vez que contribuye al cumplimiento de objetivos globales de desarrollo sostenible y combate al cambio climático (IRENA, 2021). Por ejemplo, gigantes tecnológicos como Google y Microsoft han alcanzado metas de operación con energía 100% renovable, demostrando que la transición energética es viable y escalable. La eficiencia energética en los procesos industriales es igualmente fundamental. Optimizar el consumo de energía mediante equipos de bajo consumo, automatización de procesos y sistemas de monitoreo continuo permite reducir la generación innecesaria de calor, minimizando el impacto ambiental y los costos asociados. Industrias químicas, alimentarias y metalúrgicas, al implementar prácticas de eficiencia energética, no solo reducen su huella térmica, sino que también mejoran la productividad y la competitividad, demostrando que la sostenibilidad puede ser económicamente rentable (IEA, 2022).

En el ámbito de la tecnología de la información, los centros de datos representan un desafío particular debido a la gran cantidad de calor que generan los servidores y sistemas electrónicos que funcionan de manera continua. La implementación de enfriamiento eficiente mediante sistemas de refrigeración líquida, ventilación natural o diseño arquitectónico orientado a la disipación de calor, permite reducir significativamente la energía requerida para mantener condiciones térmicas óptimas. Empresas como Facebook y Amazon han invertido en data centers con sistemas de enfriamiento avanzados, logrando una reducción notable del calor liberado al ambiente y del consumo energético global (Uptime Institute, 2020). Finalmente, las inversiones en compensación de emisiones constituyen una estrategia complementaria que permite equilibrar el impacto ambiental residual. Prácticas como la reforestación, la adopción de iniciativas de carbono neutro y la participación en mercados de créditos de carbono contribuyen a restaurar ecosistemas degradados y a mitigar el cambio climático. Aunque estas medidas no eliminan por completo la generación de calor, representan un compromiso tangible de las empresas con la sostenibilidad y la responsabilidad social (IPCC, 2021).

En conjunto, la implementación de estas medidas permite a las empresas reducir su impacto térmico y ambiental, promoviendo la eficiencia, la innovación tecnológica y la sostenibilidad. Además, estas prácticas contribuyen indirectamente a la construcción de una cultura de paz, al disminuir las tensiones sociales generadas por la escasez de recursos naturales, los conflictos por el acceso al agua y alimentos, y los desplazamientos forzados provocados por el cambio climático.

La integración de estas estrategias demuestra que la responsabilidad ambiental y social puede coexistir con la productividad y competitividad empresarial, ofreciendo un modelo de desarrollo más justo y sostenible para la sociedad en su conjunto. La transferencia de calor es un fenómeno fundamental en la ingeniería y la física, que describe el flujo de energía térmica entre sistemas con diferente temperatura. Por ejemplo, si se deja una taza de café caliente sobre una mesa, el café pierde calor hacia el entorno hasta alcanzar la temperatura ambiente (Incropera & DeWitt, 2011). Este fenómeno ocurre debido a la tendencia natural de la energía térmica a fluir del cuerpo más caliente al más frío hasta alcanzar el equilibrio térmico.

Existen tres modos principales de transferencia de calor: conducción, convección y radiación. La conducción es el transporte de calor a través de un material sólido debido a un gradiente de temperatura; la convección implica el movimiento de fluido que transporta calor; y la radiación es la transferencia de energía a través de ondas electromagnéticas (Çengel, 2003). En este trabajo, se analizará la transferencia de calor por conducción y convección en aletas cilíndricas, las cuales son componentes ampliamente utilizados en sistemas de enfriamiento y calefacción.

Transferencia de Calor en Superficies con Aletas

Las aletas son extensiones de superficies que incrementan el área disponible para la transferencia de calor, optimizando el enfriamiento de equipos electrónicos, intercambiadores de calor y motores (Holman, 2010). La eficiencia de una aleta depende de su material, geometría y del tipo de transferencia de calor involucrada.

Convección

La convección es la transferencia de calor entre una superficie sólida y un fluido en movimiento debido a un gradiente de temperatura. Se clasifica principalmente en

convección natural y convección forzada (Incropera & DeWitt, 2011).

Convección Natural

La convección natural ocurre debido a las diferencias de densidad del fluido inducidas por la temperatura. Por ejemplo, el aire caliente cerca de una superficie caliente se eleva, y el aire frío desciende para ocupar su lugar, generando un flujo continuo que transporta calor. Este mecanismo está muy presente en procesos de enfriamiento pasivo, como la ventilación de radiadores sin ventiladores. La transferencia de calor por convección natural se puede estimar mediante la relación empírica:

$$\dot{Q}_{conv} = h_n A_s (T_s - T_\infty) \quad (1)$$

Donde h_n es el coeficiente de convección natural, que depende de propiedades del fluido, la diferencia de temperatura y la orientación de la superficie (Çengel, 2003).

Convección Forzada

La convección forzada se produce cuando un agente externo induce el movimiento del fluido, como ventiladores, bombas o corrientes de aire. Esto aumenta significativamente la tasa de transferencia de calor porque el fluido más caliente se reemplaza rápidamente por uno más frío. La ley de enfriamiento de Newton describe la convección forzada:

$$\dot{Q}_{conv} = h_f A_s (T_s - T_\infty) \quad (2)$$

donde:

- $\dot{Q}$ = razón de transferencia de calor por convección (W)
- h_f = coeficiente de convección forzada (W/m²·K)
- A_s = área de la superficie (m²)
- T_s = temperatura de la superficie (K)
- T_∞ = temperatura del fluido circundante (K)

El coeficiente h_f se determina generalmente mediante correlaciones empíricas, como el número de Nusselt (Nu):

$$Nu = \frac{h L_c}{k_f}, \quad (3)$$

donde L_c es la longitud característica y k_f la conductividad térmica del fluido. Por ejemplo, para flujo laminar sobre una placa plana, la correlación es:

$$Nu_L = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}. \quad (4)$$

Mientras que para flujo turbulento:

$$Nu_L = 0.037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}, \quad (5)$$

donde Re_L es el número de Reynolds y Pr el número de Prandtl (Bejan, 2013).

Ejemplos de aplicación de convección forzada:

- Radiadores de automóviles, donde el ventilador aumenta la transferencia de calor al aire ambiente (ver Figura 1).

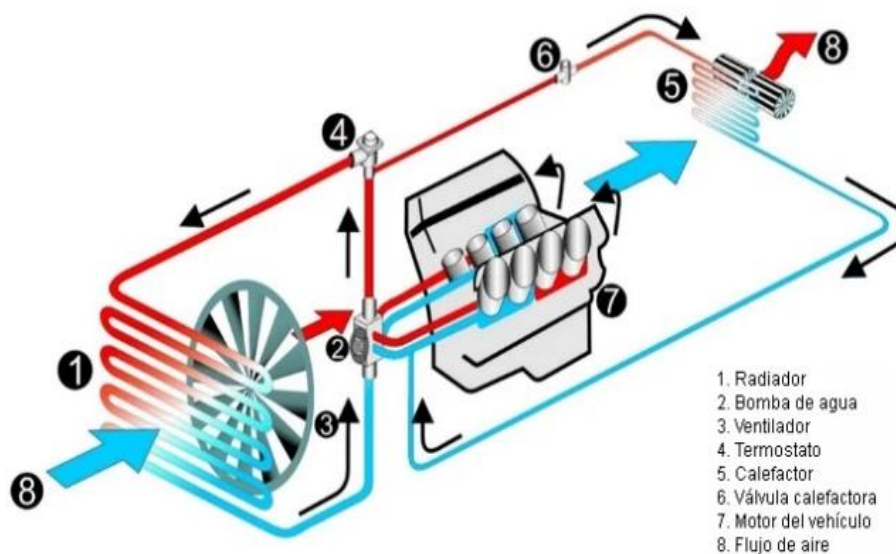


Figura 1. Radiadores de automóviles. Fuente: Elaboración propia.

Disipadores de calor de CPU, donde los ventiladores ayudan a mantener baja la temperatura del procesador (ver Figura 2).



Figura 2. Disipadores de calor de CPU. Fuente: Elaboración propia.

- Sistemas de calefacción industrial, donde bombas circulan fluidos para mantener temperaturas uniformes (ver Figura 3).

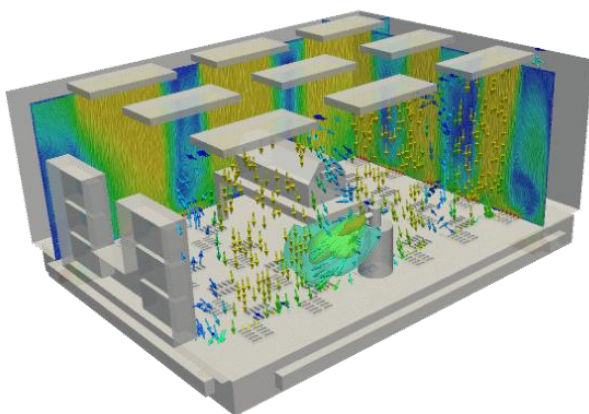


Figura 3. Sistemas de calefacción industrial. Fuente: Elaboración propia.

Conducción

La conducción es la transferencia de energía térmica a través de un material sólido debido a un gradiente de temperatura, sin movimiento macroscópico del material (ver Figura 4). Es el mecanismo dominante dentro de las aletas, ya que el calor fluye desde la base de la aleta hacia su extremo antes de transferirse al fluido circundante mediante convección (Çengel, 2003).

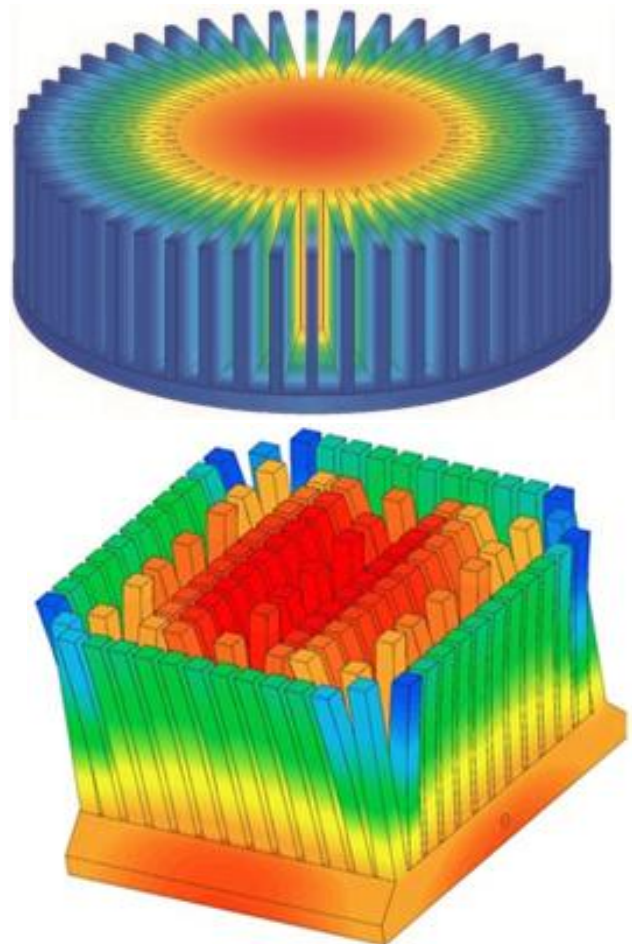


Figura 4. Disipadores de calor de diferentes aletas. Fuente: Elaboración propia.

Ecuación general de conducción en estado estacionario

En coordenadas rectangulares, la ecuación de conducción de calor en estado estacionario sin generación de calor interno se expresa como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0. \quad (6)$$

Esta expresión corresponde a la ecuación de Laplace, la cual describe la distribución de temperatura en un medio sólido cuando no existen fuentes internas de generación de calor (Çengel, 2003).

Donde:

- T = temperatura (K)
- x, y, z = coordenadas espaciales (m)

Esta ecuación indica que la suma de las segundas derivadas de la temperatura en cada dirección es igual a cero, lo que implica que la temperatura en cualquier punto del sólido depende de las condiciones de frontera del sistema.

Para resolver esta ecuación, es necesario establecer condiciones de frontera adecuadas, tales como:

- Temperatura conocida en las superficies (condición de Dirichlet).
- Flujo de calor conocido (condición de Neumann).
- Condiciones mixtas, como convección en la superficie (condición de Robin).

En el caso de una aleta, esta ecuación se simplifica frecuentemente a una dimensión, debido a que el gradiente de temperatura predominante ocurre a lo largo de la longitud de la aleta. Por lo tanto, se puede expresar como:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0. \quad (7)$$

Sin embargo, cuando se considera la pérdida de calor por convección en la superficie de la aleta, la ecuación diferencial se modifica para incluir este efecto, resultando en:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{hP}{kA}(T - T_\infty) = 0, \quad (8)$$

donde:

- h = coeficiente de convección ($W/m^2 \cdot K$)

- P = perímetro de la aleta (m)
- A = área de la sección transversal (m^2)
- k = conductividad térmica del material ($W/m \cdot K$)
- T_∞ = temperatura del fluido (K)

Esta ecuación es fundamental en el análisis de aletas, ya que permite determinar la distribución de temperatura y la tasa de transferencia de calor a lo largo de la aleta.

En coordenadas cilíndricas, la ecuación de conducción en estado estacionario sin generación de calor interno se expresa como:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(rk \frac{dT(r)}{dr} \right) = 0, \quad (9)$$

donde:

- k = conductividad térmica del material ($W/m \cdot K$)
- r = coordenada radial (m)
- T = temperatura (K)

Esta ecuación se resuelve bajo condiciones de frontera específicas, como la temperatura en la base de la aleta y la transferencia de calor por convección en la superficie de la aleta.

En coordenadas esféricas, la ecuación de conducción de calor en estado estacionario sin generación de calor interno se expresa como:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = 0. \quad (10)$$

Esta ecuación corresponde a la forma de la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas, y se utiliza para describir la distribución de temperatura en sistemas con simetría esférica, como esferas sólidas, recipientes presurizados o partículas (Incropera & DeWitt, 2011).

Donde:

- T = temperatura (K)
- r = coordenada radial (m)
- θ = ángulo polar (rad)
- ϕ = ángulo azimutal (rad)

Cuando el problema presenta simetría radial, es decir, cuando la temperatura no depende de los ángulos θ y ϕ , la ecuación se simplifica considerablemente a:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0. \quad (11)$$

Esta forma simplificada es muy utilizada en aplicaciones prácticas, como el análisis de transferencia de calor en esferas o capas esféricas. Al resolver esta ecuación, se obtiene la distribución de temperatura en función del radio, lo cual permite calcular la tasa de transferencia de calor mediante la ley de Fourier en coordenadas esféricas:

$$\dot{Q} = -kA_r \frac{dT}{dr}. \quad (12)$$

donde el área radial está dada por:

$$A_r = 4\pi r^2. \quad (13)$$

La combinación de estas ecuaciones permite analizar sistemas donde el calor fluye desde el interior hacia el exterior de una esfera, siendo fundamental en aplicaciones como aislamiento térmico, transferencia de calor en partículas y sistemas de almacenamiento térmico (Çengel, 2003).

Eficiencia de la aleta

La eficiencia de una aleta (η) se define como la relación entre la transferencia de calor real y la transferencia de calor si toda la aleta estuviera a la temperatura de la base:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_{real}}{\dot{Q}_{ideal}} = \frac{\dot{Q}_{real}}{hA_s(T_b - T_\infty)}. \quad (14)$$

donde T_b es la temperatura de la base de la aleta. El análisis de eficiencia es crucial para optimizar la longitud y el grosor de la aleta y reducir pérdidas de energía (Kakac, Yener & Pramuanjaroenkij, 2012).

Combinación de conducción y convección

El rendimiento de una aleta depende de la interacción entre conducción interna y convección externa. Si la aleta es muy larga o de material poco conductor, la temperatura en el extremo se aproxima a la del fluido, disminuyendo la eficiencia. Por esto, el diseño de aletas requiere balancear la longitud, el material y las condiciones de convección (Incropera & DeWitt, 2011). Considere un elemento de volumen en una aleta, en la ubicación x , que tiene una longitud Δx , un área de sección

transversal de A_c y un perímetro de p , como se muestra en la Figura 5. En condiciones estacionarias, el balance de energía sobre este elemento de volumen se puede expresar como

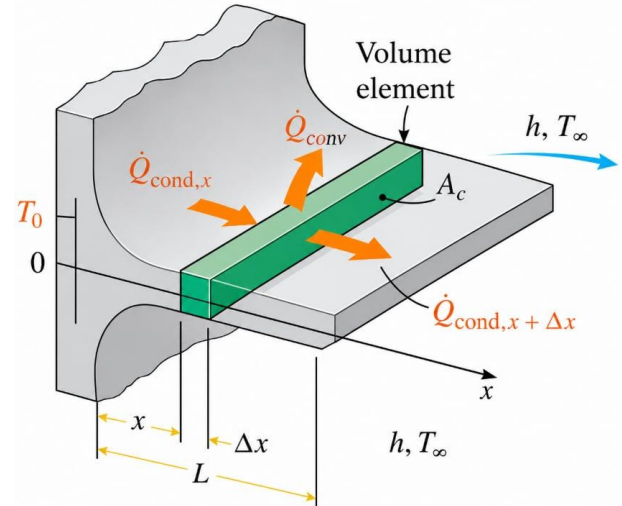


Figura 5: Elemento de volumen de una aleta en la ubicación x , con una longitud de Δx , área de la sección transversal de A_c y perímetro de p . Fuente: Elaboración propia.

$$\left(\begin{array}{l} \text{Razón de la} \\ \text{conducción del calor} \\ \text{hacia el elemento en } x \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Razón de la} \\ \text{conducción del calor desde} \\ \text{el elemento en } x + \Delta x \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Razón de la} \\ \text{conducción del calor} \\ \text{desde el elemento} \end{array} \right) \quad (15)$$

o sea

$$\dot{Q}_{cond,x} = \dot{Q}_{cond,x+\Delta x} + \dot{Q}_{conv}, \quad (16)$$

donde

$$\dot{Q}_{conv} = h(p\Delta x)(T - T_\infty). \quad (17)$$

Al sustituir la Ecuación (17) en la Ecuación (16), obtiene

$$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} - \dot{Q}_{cond,x} + hp\Delta x(T_\infty - T) = 0. \quad (18)$$

Por otro lado, dada una distribución de temperaturas $T(x)$, la Ley de Fourier para la conducción de calor es:

$$\dot{Q}_{cond,x} = -kA_s \frac{dT(x)}{dx}. \quad (19)$$

$\dot{Q}$ representa la razón de transferencias de calor en dirección x perpendicular a la dirección de transferencia (W). k (W/m·K) es una propiedad del material que representa a la conductividad térmica y A_s es el área transversal (m²). Considerando la Figura 6 y la Ecuación (19), para el nodo interno, se tiene que la Ecuación (18) se reescribe como:

$$kA \frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + kA \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + h(p\Delta x)(T_\infty - T_m) = 0. \quad (20)$$

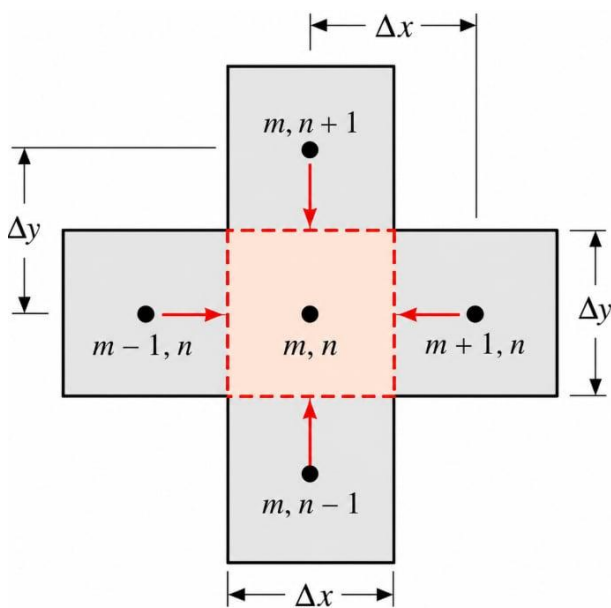


Figura 6. Representación del nodo interno. Fuente: Elaboración propia.

La Ecuación (20), representa la ecuación de la aleta, que permite determinar la distribución de temperaturas a lo largo de la misma. Una aplicación de la Ecuación (20), se presenta sobre una aleta cilíndrica de aluminio con punta adiabática está unida a una pared con una temperatura superficial de 300°C y está expuesta a la temperatura ambiente de 15°C (ver Figura 7), con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 150 W/m²·°C. La aleta tiene una sección transversal uniforme con un diámetro de 1 cm, longitud de 5 cm y conductividad térmica de 237 W/m²·°C. Asumiendo una transferencia de calor unidimensional a lo largo de la aleta y un espaciamiento nodal uniforme de 10 mm, vamos a obtener las ecuaciones de diferencias finitas para usarlas con el método iterativo de Gauss-Seidel y

determinaremos las temperaturas nodales mediante el método iterativo Gauss-Seidel.

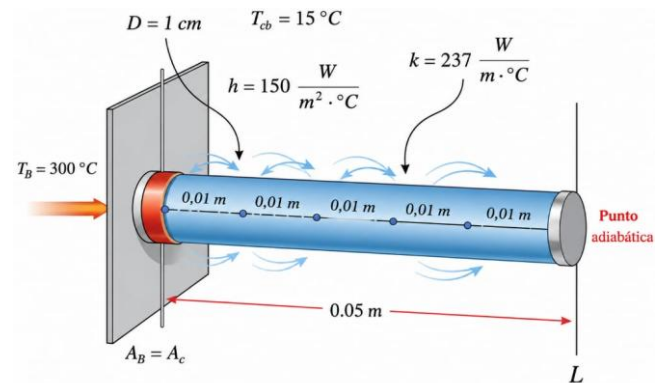


Figura 7. Aleta cilíndrica de aluminio con punta adiabática. Fuente: Elaboración propia.

Una vez proporcionados los parámetros de entrada para la aleta, es necesario especificar el número de nodos para el cálculo y el espaciado entre nodos. También es posible definir primero el espaciado entre nodos y, a partir de ahí, calcular el número de nodos.

$$M = \frac{L}{\Delta x} + 1 = \frac{0.05 \text{ m}}{0.01 \text{ m}} + 1 = 6 \quad (21)$$

Normalmente se conoce la temperatura del nodo cero y se deben determinar las temperaturas de los nodos restantes. Para determinarlas de forma única se necesitan M-1 ecuaciones. Para formular las ecuaciones, primero se deben calcular las distintas áreas

Consideraciones

- La transferencia de calor a lo largo de la aleta es constante y unidimensional.
- Las propiedades térmicas son constantes.
- La transferencia de calor por radiación es insignificante.

La Ecuación (20), la podemos reescribir como:

$$kA(T_{m-1} - T_m) + kA(T_{m+1} - T_m) + h(p(\Delta x)^2)(T_\infty - T_m) = 0. \quad (22)$$

Despejando a T_m de la Ecuación (22), se tiene

$$T_m = \left(2 + \frac{hp\Delta x^2}{kA} \right)^{-1} \left(T_{m-1} + T_{m+1} + \frac{hp\Delta x^2}{kA} T_\infty \right). \quad (23)$$

Reemplazamos los valores de h , p , Δx , k , A y T_∞ en la Ecuación (23), se tiene:

$$T_m = 0.4938T_{m-1} + 0.4938T_{m+1} + 0.1875 \quad (24)$$

Para:

- $m = 1 \rightarrow T_1 = 0.4938T_0 + 0.4938T_2 + 0.1875$
- $m = 2 \rightarrow T_2 = 0.4938T_1 + 0.4938T_3 + 0.1875$
- $m = 3 \rightarrow T_3 = 0.4938T_2 + 0.4938T_4 + 0.1875$
- $m = 4 \rightarrow T_4 = 0.4938T_3 + 0.4938T_5 + 0.1875$

Para el nodo 5, de punta adiabática, se cumple que:

$$\sum_{\text{Todos lados}} \dot{Q} = 0. \quad (25)$$

De la Ecuación (20), se establece que:

$$2kA \frac{T_4 - T_5}{\Delta x} + h(p\Delta x)(T_\infty - T_5) = 0. \quad (26)$$

Despejando a T_5 de la Ecuación (26) y reemplazamos los valores de h , p , Δx , k , A y T_∞ , se tiene

$$T_5 = 0.9876T_4 + 0.1875 \quad (27)$$

Entonces:

$$\left. \begin{aligned} \text{a)} \\ T_1 &= 0.4938T_0 + 0.4938T_2 + 0.1875 \\ T_2 &= 0.4938T_1 + 0.4938T_3 + 0.1875 \\ T_3 &= 0.4938T_2 + 0.4938T_4 + 0.1875 \\ T_4 &= 0.4938T_3 + 0.4938T_5 + 0.1875 \\ T_5 &= 0.9876T_4 + 0.1875 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

El sistema de Ecuaciones (28), se resolvió usando el software PolymathPlus. El uso de herramientas computacionales especializadas se ha convertido en un elemento fundamental en la resolución de problemas de ingeniería, particularmente en el análisis de fenómenos de transferencia de calor. En este contexto, el software

Polymath (incluyendo su versión *Polymath Plus*) destaca como una plataforma eficiente para la solución numérica de ecuaciones algebraicas, diferenciales ordinarias y sistemas no lineales, facilitando la implementación de métodos iterativos como el de Gauss-Seidel. Una de las principales ventajas de *Polymath* radica en su interfaz intuitiva y en su capacidad para manejar modelos matemáticos complejos sin requerir conocimientos avanzados de programación.

Esto permite a los usuarios enfocarse en la formulación física del problema y en la interpretación de resultados, más que en la codificación de algoritmos. En el caso específico del análisis de aletas de enfriamiento, el software permite discretizar la ecuación de conducción de calor mediante el método de diferencias finitas, transformando una ecuación diferencial en un sistema de ecuaciones algebraicas que puede resolverse de manera iterativa. Además, *Polymath* ofrece herramientas para la visualización de resultados, como la generación de tablas y gráficas, lo cual facilita el análisis de la distribución de temperatura a lo largo de un sistema. Estas capacidades son particularmente útiles para validar modelos teóricos, comparar distintos escenarios de operación y optimizar parámetros de diseño, como la geometría de la aleta o las condiciones de frontera. Otro aspecto relevante es la rapidez con la que se pueden obtener soluciones aproximadas con un alto grado de precisión, lo que resulta esencial en aplicaciones donde el tiempo de análisis es un factor crítico. Asimismo, el uso de este tipo de software contribuye al desarrollo de habilidades en modelado matemático y análisis numérico, competencias clave en la formación de ingenieros.

En un contexto más amplio, la aplicación de herramientas como *Polymath* permite abordar problemas relacionados con la eficiencia energética y la optimización de sistemas térmicos, aspectos de gran importancia ante los retos actuales asociados al cambio climático. De esta manera, el uso de software especializado no solo mejora la precisión y eficiencia en la resolución de problemas técnicos, sino que también fortalece la capacidad de los profesionales para proponer soluciones sostenibles e innovadoras.



Math solver for Science & Eng.

Simpler than Python or MATLAB; No programming, just math.

#	Variable	Value
1	T_1	273.7222°C
2	T_2	253.9384°C

3	T_3	240.1515°C
4	T_4	232.0155°C
5	T_5	229.3260°C

Asimismo, el sistema de Ecuaciones (28), se resolvió mediante el método iterativo Gauss-Seidel. El método iterativo de Gauss-Seidel es una técnica numérica ampliamente utilizada para la solución de sistemas de ecuaciones algebraicas lineales, particularmente aquellos que surgen de la discretización de ecuaciones diferenciales en problemas de ingeniería. Su aplicación es especialmente relevante en el análisis de transferencia de calor, donde el método de diferencias finitas transforma ecuaciones diferenciales en sistemas algebraicos que pueden ser resueltos de manera eficiente mediante procedimientos iterativos. El principio fundamental del método de Gauss-Seidel consiste en actualizar progresivamente los valores de las variables desconocidas utilizando las ecuaciones del sistema, empleando en cada iteración los valores más recientes disponibles. A diferencia de otros métodos iterativos, como el de Jacobi, Gauss-Seidel aprovecha inmediatamente los valores recién calculados dentro de la misma iteración, lo que generalmente acelera la convergencia del proceso.

Matemáticamente, para un sistema de ecuaciones lineales expresado en forma matricial, el método se basa en la descomposición de la matriz de coeficientes y en la actualización secuencial de cada variable hasta alcanzar un criterio de convergencia previamente establecido. Este criterio suele definirse en términos del error relativo o absoluto entre iteraciones consecutivas. Una de las principales ventajas del método de Gauss-Seidel es su simplicidad de implementación y su bajo costo computacional, lo que lo convierte en una herramienta adecuada para resolver sistemas de gran tamaño, como los que aparecen en la simulación de fenómenos térmicos en medios continuos. En el caso del análisis de aletas de enfriamiento, el método permite calcular la distribución de temperatura en cada nodo discretizado, considerando las condiciones de frontera y las propiedades térmicas del material. El sistema, como la diagonal dominante de la matriz de coeficientes. En ausencia de estas condiciones, el método puede converger lentamente o incluso divergir, lo que hace necesario evaluar la estabilidad del sistema antes de su aplicación.

En términos prácticos, la implementación del método de Gauss-Seidel en herramientas computacionales como *Polymath* facilita la resolución iterativa de los sistemas generados, permitiendo obtener soluciones aproximadas con un nivel de precisión adecuado para aplicaciones de ingeniería. Asimismo, su uso contribuye a una mejor

comprensión de los procesos numéricos involucrados en la solución de problemas físicos complejos.

Método iterativo Gauss-Seidel

$$T_1 = 0.4938T_0 + 0.4938T_2 + 0.1875$$

$$T_2 = 0.4938T_1 + 0.4938T_3 + 0.1875$$

$$T_3 = 0.4938T_2 + 0.4938T_4 + 0.1875$$

$$T_4 = 0.4938T_3 + 0.4938T_5 + 0.1875$$

$$T_5 = 0.9876T_4 + 0.1875$$

Iteración	Temperatura nodal °C				
	T1	T2	T3	T4	T5
Suposición inicial	275	275	275	275	275
1	284.123	276.282	272.411	270.499	257.332
2	284.755	275.315	269.711	255.379	252.275
3	284.279	273.748	266.408	251.252	258.200
4	283.504	271.734	263.375	257.742	254.733
5	282.510	259.745	260.561	254.589	251.729
6	281.528	257.920	258.252	252.011	249.074
7	280.527	256.285	256.122	249.553	245.745
8	279.819	254.835	254.242	247.575	244.593
9	279.814	253.553	252.583	245.742	242.882
10	278.470	252.421	251.119	244.125	241.285
11	277.911	251.422	249.827	242.599	239.877
12	277.418	250.541	248.587	241.490	238.534
13	275.983	259.763	247.582	240.330	237.538
14	275.599	259.077	246.795	239.351	235.571
15	275.250	258.472	246.012	238.487	235.717
16	275.961	257.938	245.322	237.725	234.954
17	275.597	257.467	244.713	237.052	234.300
18	275.465	257.051	244.175	235.459	233.714
19	275.259	256.585	243.702	235.955	233.198
20	275.078	256.361	243.284	235.474	232.742
21	274.919	256.075	242.915	235.067	232.339
22	274.778	255.824	242.589	234.707	231.984
23	274.553	255.502	242.302	234.390	231.571
24	274.544	255.405	242.049	234.111	231.395
25	274.447	255.233	241.825	233.854	231.151
26	274.362	255.081	241.528	233.545	230.935
27	274.285	254.945	241.454	233.454	230.747
28	274.220	254.827	241.301	233.285	230.579
29	274.151	254.723	241.155	233.135	230.432
30	274.110	254.530	241.045	233.003	230.302
31	274.064	254.549	240.941	232.887	230.187
32	274.024	254.477	240.848	232.784	230.085
33	273.968	254.414	240.756	232.694	229.995
34	273.957	254.358	240.693	232.614	229.917
35	273.929	254.308	240.630	232.543	229.847
36	273.906	254.255	240.573	232.481	229.786
37	273.883	254.226	240.524	232.425	229.732
38	273.864	254.192	240.480	232.378	229.684

39	273.848	254.152	240.441	232.335	229.642
40	273.833	254.136	240.407	232.298	229.605
41	273.820	254.113	240.377	232.264	229.572
42	273.808	254.092	240.350	232.235	229.543
43	273.798	254.074	240.327	232.209	229.517
44	273.789	254.058	240.306	232.286	229.495
45	273.781	254.044	240.288	232.166	229.475
46	273.774	254.032	240.272	232.149	229.457
47	273.768	254.021	240.258	232.133	229.442
48	273.753	254.011	240.245	232.119	229.428
49	273.738	254.002	240.234	232.107	229.415
50	273.754	253.995	240.225	232.095	229.406
51	273.750	253.988	240.215	232.087	229.395
52	273.747	253.982	240.208	232.078	229.388
53	273.744	253.977	240.202	232.071	229.381
54	273.741	253.973	240.196	232.064	229.374
55	273.739	253.969	240.191	232.059	229.369
56	273.737	253.965	240.185	232.054	229.364
57	273.735	253.962	240.182	232.049	229.359
58	273.734	253.959	240.178	232.045	229.355
59	273.733	253.957	240.175	232.042	229.352
60	273.731	253.955	240.172	232.039	229.349
61	273.730	253.953	240.170	232.036	229.345
62	273.729	253.951	240.168	232.033	229.344
63	273.728	253.949	240.166	232.031	229.342
64	273.728	253.948	240.164	232.029	229.340
65	273.727	253.947	240.163	232.028	229.338
66	273.727	253.946	240.161	232.026	229.337
67	273.726	253.945	240.160	232.025	229.336
68	273.726	253.944	240.159	232.024	229.334
69	273.725	253.944	240.158	232.023	229.333
70	273.725	253.943	240.158	232.022	229.333
71	273.725	253.942	240.157	232.021	229.332
72	273.724	253.942	240.156	232.021	229.331
73	273.724	253.942	240.156	232.020	229.331
74	273.724	253.941	240.155	232.020	229.330
75	273.724	253.941	240.155	232.019	229.330
76	273.723	253.941	240.154	232.019	229.329
77	273.723	253.940	240.154	232.018	229.329
78	273.723	253.940	240.154	232.018	229.328
79	273.723	253.940	240.153	232.018	229.328
80	273.723	253.940	240.153	232.017	229.328
81	273.723	253.940	240.153	232.017	229.328
82	273.723	253.939	240.153	232.017	229.327
83	273.723	253.939	240.153	232.017	229.327
84	273.723	253.939	240.153	232.017	229.327
85	273.723	253.939	240.152	232.017	229.327
86	273.723	253.939	240.152	232.016	229.327
87	273.723	253.939	240.152	232.016	229.327
88	273.723	253.939	240.152	232.016	229.327
89	273.723	253.939	240.152	232.016	229.327
90	273.722	253.939	240.152	232.016	229.327
91	273.722	253.939	240.152	232.016	229.327
92	273.722	253.939	240.152	232.016	229.326
93	273.722	253.939	240.152	232.016	229.326



$$T_1 = 273.722^{\circ}\text{C}$$

$$T_2 = 253.939^{\circ}\text{C}$$

$$T_3 = 240.152^{\circ}\text{C}$$

$$T_4 = 232.016^{\circ}\text{C}$$

$$T_5 = 229.327^{\circ}\text{C}$$

Conclusiones

Las aletas cilíndricas constituyen dispositivos altamente eficientes para incrementar la transferencia de calor en sistemas donde se requiere una disipación térmica efectiva. En el presente trabajo se analizó el comportamiento térmico de una aleta cilíndrica con punta adiabática mediante el método de diferencias finitas y el método iterativo de Gauss-Seidel, comprobándose la consistencia y compatibilidad entre ambos enfoques numéricos.

Los resultados obtenidos demuestran que el análisis numérico permite predecir con precisión la distribución de temperatura, lo que resulta fundamental para el diseño, optimización y evaluación del desempeño térmico en aplicaciones mecánicas, eléctricas e industriales. Entre sus principales aplicaciones destacan los sistemas de enfriamiento en motores de combustión, intercambiadores de calor de tubos aletados, disipadores térmicos en dispositivos electrónicos y sistemas de refrigeración en equipos industriales.

Asimismo, el estudio de la transferencia de calor no solo tiene implicaciones técnicas, sino también un impacto relevante en el contexto social y ambiental. En particular, el desarrollo y aplicación de tecnologías térmicas eficientes puede contribuir a mejorar la calidad de vida en entornos vulnerables, especialmente en situaciones de crisis o limitación de recursos. Ejemplos de ello incluyen el uso de cocinas solares para reducir la dependencia de combustibles, sistemas de calefacción sostenible en regiones de bajas temperaturas y tecnologías de conservación de alimentos y medicamentos basadas en procesos térmicos.

En este sentido, la ingeniería térmica se posiciona como una herramienta clave no solo para la innovación tecnológica, sino también para el desarrollo sostenible y el bienestar social, al permitir la implementación de soluciones que favorecen el uso eficiente de la energía y promueven condiciones de vida más equitativas.

Referencias

- Bejan A. (2013). Convection heat transfer (4th ed.). John Wiley & Sons
- Çengel, Y. A. (2003). Heat and mass transfer: A practical approach (3rd ed.). McGraw-Hill.
- Del Consumidor, P. F. (s. f.). Verificación vehicular. El costo de no contaminar. Recuperado de <https://www.gob.mx/profeco/documentos/verificacion-vehicular-el-costo-de-no-contaminar?state=published>
- Holman, J. P. (2010). Heat transfer (10th ed.). McGraw-Hill.
- IEA. (2022). CO₂ emissions in 2022. International Energy Agency. <https://www.iea.org/reports/co2-emissions-in-2022>
- Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L., & Lavine, A. S. (2007). Fundamentals of heat and mass transfer (6th ed.). John Wiley & Sons.
- Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2011). Fundamentals of heat and mass transfer (7th ed.). John Wiley & Sons.
- Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). (2021). Climate change 2021: The physical science basis. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781009157896>
- International Energy Agency (IEA). (2022). CO₂ emissions in 2022. <https://www.iea.org/reports/co2-emissions-in-2022>
- IRENA. (2021). Renewable energy and climate change. International Renewable Energy Agency. <https://www.irena.org/publications/2021/Jul/Renewable-Energy-and-Climate-Change>
- IPCC. (2021). Climate change 2021: The physical science basis. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781009157896>
- Kakac, S., Yener, Y., & Pramuanjaroenkij, A. (2012). Heat conduction (5th ed.). CRC Press
- Lund, H., Østergaard, P. A., Connolly, D., & Mathiesen, B. V. (2015). Smart energy and cogeneration systems: Efficiency and sustainability. Energy, 86, 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.03.048>
- Uptime Institute. (2020). Data center cooling strategies. Uptime Institute White Paper. <https://uptimeinstitute.com/resources>