

Análisis experimental de vibraciones libres y amortiguadas en un sistema masa-resorte-amortiguador de un grado de libertad

Experimental analysis of free and damped vibrations in a single degree-of-freedom mass-spring-damper system

Saúl Castro Alvarado ^a, Miguel Á. Álvarez Cornejo ^b, José L. Rodríguez Muñoz ^c, Carlos E. Borja Soto ^d, Rodrigo Cruz Trejo ^e, Ventura Rodríguez Lugo ^f

Abstract:

This paper presents the experimental analysis of the dynamic behavior of a mass-spring-damper system using the free and forced vibrations equipment (MVLFF). The study focuses on understanding mechanical vibrations in single degree-of-freedom systems, considering free vibration response, forced excitation, and the influence of viscous damping. Initially, the relationship between mass and stiffness was evaluated through time-domain recordings of free oscillations, allowing the determination of the period, natural frequency, and angular frequency based on displacement measurements obtained from the recording drum. Subsequently, the system response under different external excitation conditions was analyzed, identifying amplitude variations as a function of excitation frequency. Finally, the effect of viscous damping on energy dissipation was examined. The experimental results validate the theoretical foundations of mechanical vibrations and highlight the importance of frequency control and damping in real engineering systems. This work strengthens the practical understanding of dynamic behavior and its relevance in mechanical and industrial applications.

Keywords:

Vibrations, Frequency, Free, Damping

Resumen:

El presente trabajo expone el análisis experimental del comportamiento dinámico de un sistema masa muelle amortiguador utilizando el equipo de vibraciones libres y forzadas (MVLFF). El estudio se centra en la comprensión de las vibraciones mecánicas en sistemas de un grado de libertad, considerando tanto el régimen de vibración libre como la respuesta ante excitación armónica y la influencia del amortiguamiento viscoso. Inicialmente, se evaluó la relación entre masa y rigidez mediante el registro temporal de las oscilaciones libres, determinando el periodo, la frecuencia natural y la frecuencia angular del sistema a partir del desplazamiento medido en el papel registrador. Posteriormente, se analizó la respuesta del sistema cuando fue sometido a diferentes condiciones de excitación externa, identificando variaciones en la amplitud de vibración en función de la frecuencia aplicada. Finalmente, se examinó el efecto del amortiguamiento viscoso en la disipación de energía del sistema. Los resultados obtenidos permiten validar experimentalmente

^a Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0002-0524-5210>, Email: csaul7365@gmail.com

^b Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0007-9524-6378>, Email: al476384@uaeh.edu.mx

^c Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0002-4108-9414>, Email: jose_rodriguez@uaeh.edu.mx

^d Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0003-3385-8348>, Email: carlos_borja@uaeh.edu.mx

^e Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0009-0001-2907-7605>, Email: rodrigo_cruz@uaeh.edu.mx

^f Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo | Escuela Superior de Ciudad Sahagún | Ciudad Sahagún-Hidalgo | México, <https://orcid.org/0000-0001-8767-032X>, Email: ventura.rl65@gmail.com

los fundamentos teóricos de vibraciones mecánicas y evidencian la importancia del control de la frecuencia y el amortiguamiento en sistemas reales. Este trabajo contribuye a fortalecer la comprensión práctica del comportamiento dinámico en aplicaciones de ingeniería.

Palabras Clave:

Vibraciones, Frecuencia, Libres, Amortiguadas

Introducción

El estudio de las vibraciones mecánicas constituye un área esencial en la ingeniería debido a su presencia en estructuras, maquinaria industrial, sistemas automotrices y equipos rotativos. Muchos de estos sistemas pueden modelarse como sistemas de vibración de un grado de libertad del tipo masa–resorte–amortiguador, cuya ecuación diferencial describe la interacción entre inercia, rigidez y disipación de energía. El análisis de este modelo permite comprender parámetros fundamentales como el periodo de oscilación, la frecuencia natural, la resonancia y el amortiguamiento, los cuales son determinantes para el diseño y control de sistemas mecánicos (Martínez, 2023, Ortiz et al., 2021).

Durante los últimos cinco años, diversos trabajos han abordado el estudio de sistemas vibratorios desde un enfoque experimental. Navarro y Torres (2020) analizaron la influencia del coeficiente de amortiguamiento sobre la respuesta dinámica, destacando la necesidad de validar experimentalmente los modelos matemáticos. En la misma línea, Ortiz et al. (2021) realizaron ensayos de vibraciones libres con diferentes configuraciones de rigidez, concluyendo que la variación del resorte modifica significativamente la frecuencia natural del sistema. Se desarrolló un estudio teórico–experimental variando la masa y la rigidez de un sistema de vibración simple, confirmando que el incremento de la constante elástica reduce el periodo e incrementa la frecuencia natural, comportamiento que está acorde a los resultados reportados en la literatura por Martínez (2023).

Por su parte, Gutiérrez y Morales (2021) propusieron un banco didáctico para la enseñanza de vibraciones mecánicas, resaltando la importancia de la experimentación en la formación académica. De forma complementaria, Ramírez y Delgado (2020) destacaron que la implementación de bancos de pruebas de vibración permite reforzar la comprensión práctica de la dinámica estructural. Por otro lado, Rodríguez et al. (2022) compararon diferentes técnicas de amortiguamiento en sistemas vibratorios, demostrando que la selección adecuada del mecanismo disipativo de energía mecánica, como el amortiguamiento viscoso o la fricción estructural,

influye directamente en la estabilidad dinámica del sistema.

En investigaciones recientes, diversos autores han profundizado en el análisis experimental de sistemas vibratorios de un grado de libertad, destacando la importancia de la validación entre modelos teóricos y resultados experimentales. López y Ramírez (2021) estudiaron la respuesta dinámica de sistemas masa–resorte mediante ensayos controlados, concluyendo que la precisión en la medición del periodo mejora significativamente la estimación de la frecuencia natural. Por su parte, Castillo et al. (2022) evaluaron el comportamiento de sistemas con diferentes niveles de amortiguamiento, demostrando que la disipación de energía influye directamente en la estabilidad y en la reducción de la amplitud de vibración. Asimismo, Fernández y Gómez (2023) realizaron un análisis comparativo entre vibraciones libres y forzadas, identificando patrones característicos asociados al fenómeno de resonancia. De igual manera, Torres et al. (2024) analizaron la influencia de la masa en la frecuencia natural del sistema, mientras que Ruiz y Mendoza (2022) abordaron la determinación experimental de parámetros dinámicos, destacando la importancia del análisis gráfico en la interpretación del comportamiento vibratorio. Muñoz et al. (2023), determinaron que el aumento en el valor de la constante de rigidez del resorte en sistemas de vibración simple conectados en paralelo presenta un impacto significativo en la deformación, así como en su posición, velocidad y aceleración.

Como se ha señalado en estudios recientes, la integración de vibraciones libres, forzadas y amortiguadas en un mismo entorno experimental permite una comprensión más completa del comportamiento dinámico. Por ello, el presente trabajo tiene como objetivo analizar experimentalmente las vibraciones simples y amortiguadas utilizando el equipo de vibraciones libres y forzadas (MVLFF). Este equipo se encuentra en funcionamiento dentro del Taller de Manufactura de la Escuela Superior de Ciudad Sahagún, donde se desarrollan prácticas académicas orientadas al fortalecimiento de competencias en dinámica y vibraciones mecánicas, integrando teoría y

experimentación en el estudio de sistemas reales de ingeniería. La influencia de la masa, la rigidez del resorte y el amortiguamiento viscoso del sistema sobre parámetros como el periodo, la frecuencia natural, la frecuencia angular y la amplitud de vibración fueron evaluados experimentalmente, con lo cual se puede predecir el comportamiento de un sistema mecánico o estructural bajo la acción de fuerzas externas, garantizando su estabilidad y evitando fallas presentadas por el desbalanceo del mismo sistema, así como para optimizar el funcionamiento de los equipos mecánicos.

Metodología

Descripción del equipo experimental

En la Figura 1 se observa el Equipo MVLF marca EDIBON, el cual está destinado a la realización de demostraciones y experimentos que permiten comprender el comportamiento de las vibraciones libres y forzadas en un sistema mecánico masa-resorte-amortiguador. El sistema está constituido principalmente por los siguientes componentes: Unidad de control de velocidad, sistema de transmisión, motor eléctrico, cigüeñal, transformador auxiliar y de protección de 4 kVA, transportador de pesos, pesas, amortiguador viscoso ajustable, resortes, tambor registrador, papel y bolígrafo empleados para registrar los resultados. Cabe destacar que este equipo se encuentra instalado en el Taller de Manufactura de la Escuela Superior de Ciudad Sahagún y está destinado principalmente al desarrollo de prácticas académicas para estudiantes de ingeniería. Su finalidad es facilitar la comprensión, visualización y análisis experimental de los fenómenos vibratorios que se presentan en sistemas mecánicos reales, permitiendo relacionar los conceptos teóricos con su aplicación práctica. A través de su uso, los alumnos pueden estudiar el comportamiento dinámico del sistema bajo distintas condiciones de operación.



Figura 1. Sistema EDIBON MVLF para el estudio de vibraciones libres, forzadas y amortiguadas. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 2 se observa el sistema de excitación del equipo MVLF, el cual está conformado por el motor eléctrico (a), el sistema de transmisión por poleas y correas (b) y el cigüeñal (c), los cuales actúan de manera conjunta para generar la fuerza periódica aplicada al sistema durante el estudio de vibraciones libres y forzadas. Dicho sistema de excitación se encuentra conectado a la unidad de control, lo que permite regular la velocidad de giro del motor y, en consecuencia, variar la frecuencia de excitación aplicada al sistema. Por su parte, el motor eléctrico proporciona el movimiento rotacional necesario para el funcionamiento del mecanismo, mientras el sistema de poleas y correas transmite de forma continua y estable esta rotación hacia el mecanismo excitador, asegurando una adecuada transferencia de velocidad y torque. Finalmente, el cigüeñal transforma el movimiento rotacional en un movimiento alternativo, produciendo la excitación armónica controlada del sistema.



Figura 2. Componentes del sistema de excitación conectado a la unidad de control: (a) motor eléctrico, (b) sistema de transmisión por poleas y correas y (c) cigüeñal. Fuente: Elaboración propia.

El equipo cuenta con una unidad de control de velocidad, integrada en una consola como la mostrada en la Figura

3, la cual permite regular la velocidad del motor y, por ende, la frecuencia de excitación aplicada. Por otra parte, dispone de un indicador de frecuencia, que permite medir y visualizar la frecuencia de oscilación durante las pruebas experimentales, facilitando la identificación de condiciones de resonancia. Adicionalmente, el sistema incorpora un sensor óptico, utilizado para la medición precisa de la frecuencia de las oscilaciones.



Figura 3. Unidad de control de velocidad. Fuente: Elaboración propia.

El equipo incluye tres resortes intercambiables, como se muestra en la Figura 4. Cada uno de estos con diferente constante de rigidez, los cuales pueden conectarse entre la estructura rígida y el transportador de masas para analizar la influencia de este parámetro en la respuesta vibratoria del sistema. La variación de la rigidez permite estudiar cambios en la frecuencia natural y en el comportamiento dinámico ante distintas condiciones de carga. Las constantes elásticas de los resortes son: Resorte 1 con una rigidez $k=3.30 \text{ kN/m}$, Resorte 2 con $k=1.22 \text{ kN/m}$ y Resorte 3 con $k=0.47 \text{ kN/m}$ lo que posibilita comparar experimentalmente sistemas más rígidos y/o más flexibles bajo el mismo conjunto de masas.

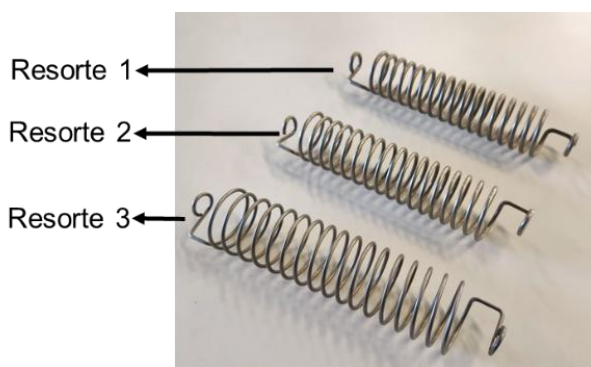


Figura 4. Resortes intercambiables: Resorte 1 de $k=3.30 \text{ kN/m}$, Resorte 2 de $k=1.22 \text{ kN/m}$ y Resorte 3 de $k=0.47 \text{ kN/m}$. Fuente: Elaboración propia.

El sistema mecánico del equipo MVLF está conformado por el transportador de masas (a), el portamasas (b), las

pesas (c) y el amortiguador viscoso ajustable (d) como se muestra en la Figura 5, los cuales actúan de manera conjunta para definir la respuesta dinámica del sistema. El transportador de masas guía el movimiento vertical del conjunto, restringiéndolo a un solo grado de libertad, mientras que el portamasas permite la colocación segura de las pesas, las cuales se suministran en un total de cinco unidades de un kilogramo cada una, facilitando la variación controlada de la masa del sistema. El amortiguador viscoso ajustable se integra a este conjunto con el propósito de regular la disipación de energía, permitiendo modificar el nivel de amortiguamiento y analizar su efecto sobre el comportamiento vibratorio del sistema.

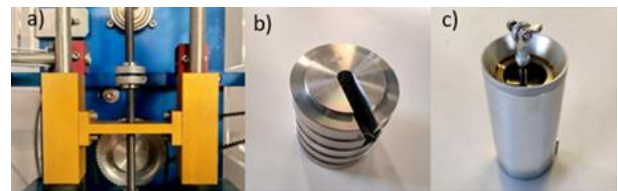


Figura 5. Sistema masa-amortiguador: a) transportador de masas, b) pesas y c) amortiguador viscoso ajustable. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 6 se ilustra el sistema de registro del equipo MVLF, el cual está integrado por el tambor registrador (a), el papel registrador (b) y el bolígrafo (c), los cuales funcionan de manera conjunta para representar el movimiento vibratorio del sistema. El tambor proporciona el avance uniforme del papel, el papel actúa como el medio donde se plasma el comportamiento dinámico, mientras que los bolígrafos transfieren directamente el movimiento mecánico al registro gráfico.



Figura 6. Sistema de registro gráfico: a) tambor registrador, b) papel registrador y c) bolígrafo. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 7 se observa el transformador auxiliar y de protección de 4 kVA, el cual garantiza una alimentación eléctrica estable y segura, protegiendo al sistema contra sobrecargas y variaciones de voltaje.



Figura 7. Transformador auxiliar y de protección de 4 kVA. Fuente: Elaboración propia.

Fundamentos teóricos de vibraciones mecánicas

Las vibraciones mecánicas son movimientos oscilatorios que experimentan los sistemas físicos cuando se desplazan de su posición de equilibrio debido a la acción de una fuerza o perturbación externa. Estas vibraciones están presentes en una gran variedad de aplicaciones de ingeniería, como en motores, estructuras, maquinaria industrial y sistemas de transmisión de potencia, donde su estudio resulta fundamental para comprender el comportamiento dinámico, prevenir fallas y optimizar el funcionamiento de los equipos mecánicos.

De manera general, las vibraciones pueden clasificarse en vibraciones libres, vibraciones forzadas y vibraciones con amortiguamiento, cada una con características específicas que permiten analizar distintos fenómenos físicos. Las vibraciones libres ocurren cuando el sistema oscila únicamente por la acción de sus propiedades internas, como la masa y la rigidez, sin la intervención de fuerzas externas continuas. Las vibraciones forzadas se presentan cuando una fuerza externa actúa constantemente sobre el sistema, modificando su respuesta dinámica. Por otro lado, las vibraciones con amortiguamiento consideran la presencia de mecanismos que disipan energía, reduciendo progresivamente la amplitud del movimiento.

El estudio de estos tres tipos de vibraciones mediante el equipo experimental permite determinar parámetros importantes como la frecuencia natural, el periodo, el amortiguamiento y la amplitud, facilitando la comprensión del comportamiento vibratorio y su aplicación en el análisis y diseño de sistemas mecánicos reales. Para el presente estudio nos enfocaremos en el estudio y análisis de sistemas libres y amortiguados, las cuales son

fundamentales en el campo de la ingeniería para el diseño de estructuras estables, maquinaria, vehículos, etc., así como para prevenir fallas estructurales por fatiga al controlar el fenómeno de resonancia.

Vibraciones libres sin amortiguamiento

Las vibraciones libres sin amortiguamiento se presentan cuando el sistema oscila únicamente bajo la acción de sus propiedades elásticas e inerciales, sin la presencia de fuerzas externas ni mecanismos de disipación de energía. En este caso, la ecuación de movimiento se reduce a:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

donde:

- m = Masa del sistema (kg)
- k = Constante de rigidez del resorte (N/m)
- x = Desplazamiento respecto a la posición de equilibrio (m)
- $\ddot{x}$ = Aceleración del sistema (m/s²)

La solución de esta ecuación anterior corresponde a un movimiento armónico simple, caracterizado por una oscilación periódica con amplitud constante. Para tal caso, la frecuencia natural angular del sistema está puede ser calculada por medio de la siguiente expresión:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

donde:

- ω_n = Frecuencia natural angular (rad/s)
- k = Constante de rigidez del resorte (N/m)
- m = Masa del sistema (kg)

A partir de esta expresión, es posible determinar el periodo de la oscilación:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

donde:

- T = periodo de oscilación (s)
- ω_n = frecuencia natural angular (rad/s)

y la frecuencia natural:

$$f_n = \frac{1}{T}$$

donde:

- f_n = Frecuencia natural (Hz)
- T = Periodo de oscilación (s)

Estas relaciones muestran que la frecuencia natural depende directamente de la rigidez del resorte e inversamente de la masa del sistema, lo cual constituye una característica fundamental en el análisis de vibraciones mecánicas.

Desplazamiento estático del sistema

En un sistema masa–resorte dispuesto verticalmente, el peso de la masa produce una deformación estática del resorte. Esta deformación se determina a partir del equilibrio de fuerzas:

$$kx = mg$$

Despejando el desplazamiento de la expresión anterior, esta queda descrita de la siguiente manera:

$$x = \delta = \frac{mg}{k}$$

donde:

- k = Constante de rigidez del resorte (N/m)
- x = Desplazamiento estático (m)
- m = masa del sistema (kg)
- g = Aceleración de la gravedad (9.81 m/s²)

El periodo de la oscilación en función del desplazamiento estático se puede calcular por medio de la siguiente expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\delta}{g}}$$

Vibraciones libres amortiguadas

En sistemas reales, las vibraciones no se mantienen indefinidamente debido a la presencia de mecanismos de disipación de energía, como la fricción o la resistencia viscosa. Cuando se incluye el efecto del amortiguamiento viscoso, la ecuación de movimiento se expresa como:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

Un parámetro empujado en el análisis de vibraciones amortiguadas, es la razón de amortiguamiento, la cual es la razón entre la constante de amortiguamiento y la constante crítica de amortiguamiento, la cual se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$\zeta = \frac{C}{C_c}$$

Donde C , es la constante de amortiguamiento del sistema en Ns/m y C_c es el coeficiente de amortiguamiento crítico en Ns/m, dado por:

$$C_c = 2\sqrt{km}$$

Cuando $0 < \zeta < 1$, el sistema es subamortiguado y presenta un movimiento oscilatorio cuya amplitud disminuye progresivamente con el tiempo. La frecuencia natural amortiguada está dada por:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Este tipo de comportamiento es característico de la mayoría de los sistemas mecánicos reales. Para determinar la posición del sistema subamortiguado, es necesario emplear la siguiente expresión:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ x_0 \cos \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t + \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n} \sin \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t \right\}$$

Cuando $\zeta=1$, el sistema es críticamente amortiguado, para tal caso, las constantes de amortiguamiento y críticas son iguales. Para evaluar la posición de dicho sistema, es necesario emplear la siguiente expresión:

$$x(t) = [x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)e^{-\omega_n t}]$$

Donde x_0 y $\dot{x}_0$ corresponden a la posición y velocidad a las condiciones iniciales del sistema.

Para el sistema sobreamortiguado ($\zeta > 1$) ocurre se produce cuando el sistema de vibración presenta una fuerza tan alta que permite que regrese a su posición de equilibrio lentamente sin oscilar. Lo anterior se debe a que la constante del resorte es menor que la constante de amortiguamiento, lo cual impide cualquier movimiento periódico. Para determinar la posición de este tipo de sistema, es necesario emplear la siguiente expresión:

$$x(t) = C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t}$$

Los coeficientes de la expresión anterior se pueden calcular empleando las siguientes ecuaciones:

$$C_1 = \frac{x_0 \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) + \dot{x}_0}{2 \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

$$C_2 = \frac{-x_0 \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) - \dot{x}_0}{2 \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

Decremento logarítmico

El decremento logarítmico es un parámetro utilizado para cuantificar el nivel de amortiguamiento en un sistema subamortiguado. Se define como el logaritmo natural de la relación entre dos amplitudes máximas consecutivas:

$$\delta = \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right)$$

Este parámetro representa la pérdida relativa de energía entre ciclos sucesivos. La razón de amortiguamiento puede determinarse a partir del decremento logarítmico mediante la expresión:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}$$

donde:

- ζ = razón de amortiguamiento (adimensional)
- δ = decremento logarítmico (adimensional)

Este método es ampliamente utilizado en el análisis experimental de vibraciones amortiguadas.

Resultados

La metodología experimental empleada en este trabajo se fundamentó en la realización de ensayos de vibraciones libres, vibraciones amortiguadas y vibraciones forzadas, llevados a cabo en el equipo de vibraciones libres y forzadas MVLF. El propósito principal de estos ensayos fue analizar y comprender la respuesta dinámica de un sistema mecánico de un grado de libertad, evaluando la influencia que ejercen la masa, la rigidez del resorte y el amortiguamiento sobre parámetros fundamentales como la frecuencia natural, el período de oscilación y la amplitud de vibración.

A partir del conjunto total de pruebas realizadas, se seleccionaron únicamente aquellos ensayos que se consideran más representativos para el desarrollo del análisis y los cálculos, con el fin de presentar resultados claros y consistentes. No obstante, al final de cada

ensayo experimental se incluyen tablas comparativas con otras pruebas realizadas, con el objetivo de contrastar los resultados obtenidos y reforzar la validez del análisis experimental.

Ensayo de vibraciones libres sin amortiguamiento

Para el primer ensayo experimental se inició con el estudio y análisis de las vibraciones libres de un sistema mecánico de un grado de libertad, con el propósito de observar su comportamiento dinámico en ausencia de fuerzas externas y mecanismos de disipación de energía. Este enfoque permite analizar de manera directa la influencia de la rigidez del resorte y de la masa del sistema sobre la frecuencia natural de oscilación. Como parte del desarrollo experimental, el equipo MVLF fue configurado para operar exclusivamente bajo condiciones de vibración libre. Para ello, se retiró el amortiguador viscoso del sistema, eliminando cualquier efecto de disipación controlada, y se mantuvo desactivado el sistema de excitación forzada como se muestra en la Figura 8. De esta forma, el movimiento del sistema quedó determinado únicamente por la interacción entre la masa y el resorte, asegurando que las oscilaciones observadas correspondieran exclusivamente a vibraciones libres.



Figura 8. Sistema de vibración de un grado de libertad sin amortiguador. Fuente: Elaboración propia.

Para tal efecto, se analizó el comportamiento dinámico de un sistema mecánico simple de masa-resorte con un grado de libertad. El objetivo de este ensayo fue obtener resultados de entre la masa del cuerpo (m), la rigidez del resorte (k) y la respuesta temporal del sistema, expresada a través del periodo de oscilación (T) y la frecuencia natural (f).

A diferencia del ensayo con amortiguamiento, en este ensayo se tiene que desconectar el amortiguador de aceite retirando el tornillo del extremo superior de su pistón, garantizando así un régimen de vibración libre no amortiguada. El sistema se estructuró mediante la sujeción de resortes con diferentes valores de rigidez al soporte superior de la placa mediante tuercas y arandelas, conectando el extremo inferior al portamasas, como se ilustra en la Figura 8.

Una vez ensamblado el sistema, se procedió a ajustar la altura del portamasas para asegurar su alineación con el centro de la tira de papel del registrador, el cual mide la amplitud/frecuencia. Para la adquisición de datos, se acopló un bolígrafo en el soporte correspondiente que es ajustado a la mitad del papel del registrador y a su vez, se ajustó la presión de la punta sobre el papel para asegurar un registro nítido de la señal.

El ensayo se inició trabajando con el peso del portamasas sin ninguna masa, la cual tiene un valor de (0.8 kg) y posteriormente se agregó una masa por medio de cada peso (1 kg). Para ello, primero se procedió a encender la unidad de control de la máquina, después a encender el motor eléctrico para que este empezara a realizar un movimiento vertical, posteriormente se procedió a encender el registrador permitiendo la captura de la oscilación. Posteriormente se realizó el experimento durante 10 s en cada caso, permitiendo tener un tiempo de referencia para los cálculos posteriores. Durante este proceso, el registrador capturó la forma de onda de la oscilación en la tira de papel. El procedimiento se repitió sistemáticamente bajo dos variables de control:

1. Variación de masa: Se incrementó la carga en el portamasas utilizando una masa ranurada de 1 kg.
2. Variación de rigidez: Se realizaron ensayos comparativos utilizando los diferentes tipos de resortes.

Para tal efecto, la frecuencia de oscilación y el periodo se determinaron a partir del análisis de los registros gráficos obtenidos de las pruebas experimentales. Considerando una velocidad de avance del papel constante (v_{papel}) expresada en m/s, el tiempo (t) que se necesitó para poder completar los ciclos de oscilación se define por la relación entre la distancia lineal total (L) medida sobre el registro y la velocidad del tambor:

$$t = \frac{L}{v_{papel}}$$

Consecuentemente, midiendo la distancia física de un ciclo completo o longitud de onda (λ), la frecuencia de oscilación experimental (f) se determinó mediante la siguiente expresión:

$$f = \frac{v_{papel}}{\lambda}$$

Mientras que el periodo experimental (T) se calculó como el recíproco de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f}$$

A partir de esta frecuencia experimental, se procedió a calcular la frecuencia angular (ω) del sistema:

$$\omega = 2\pi f$$

Conociendo la amplitud máxima (A) trazada en el registro gráfico y la frecuencia angular, se determinaron los parámetros dinámicos del movimiento. La velocidad máxima (v_{max}) de la masa oscilante se expresó como:

$$v_{max} = A\omega$$

Mientras que la aceleración máxima (a_{max}) experimentada por el sistema se obtuvo mediante la siguiente ecuación:

$$a_{max} = A\omega^2$$

Alternativamente, al sustituir las variables medidas físicamente sobre el papel, esta frecuencia angular experimental puede ser calculada utilizando la velocidad de avance y la longitud de onda por medio de la siguiente expresión:

$$\omega_{exp} = \frac{2\pi v_{papel}}{\lambda}$$

Asimismo, considerando el número total de ciclos completos (n) registrados en una longitud específica (L), la expresión equivalente para la frecuencia angular experimental se define como:

$$\omega_{exp} = \frac{2\pi n v_{papel}}{L}$$

En la Tabla 1 se muestran los resultados experimentales del sistema de vibración sin carga. Para este ensayo, se registran los valores correspondientes al sistema operando únicamente con su masa base (el portamasas o carro libre), así como un total de cinco ciclos. Los resultados revelan que el resorte de mayor rigidez (3.30

kN/m) induce las frecuencias de oscilación (f y ω_{exp}) más altas y, en consecuencia, los tiempos de ciclo (T) más cortos. Por el contrario, conforme se utilizan resortes más flexibles (1.22 kN/m y 0.47 kN/m), la frecuencia tiende a disminuir, evidenciando la relación de proporcionalidad directa entre la rigidez y la velocidad angular.

De los resultados se puede visualizar que la mayor aceleración de 0.454 m/s^2 se obtiene con el resorte de 0.47 kN/m, derivado de las amplitudes particulares registradas en esa prueba específica.

Tabla 1. Resultados experimentales en el sistema de vibración sin carga. Fuente: Elaboración propia.

k kN/m	f (Hz)	T (s)	ω_{exp} (rad/s)	v_{max} (m/s)	a_{max} (m/s ²)
3.30	1.17	0.85	7.39	0.072	0.533
1.22	1.08	0.92	6.79	0.057	0.326
0.47	1.00	1.0	6.28	0.072	0.454

En la Tabla 2 se ilustra el ensayo experimental con 1 kg de carga. Para comparar el sistema sin carga con aquel con 1 kg de carga se emplearon los resortes de 3.30 kN/m, 1.22 kN/m y 0.47 kN/m y se determinaron los parámetros principales que afectan a un sistema de vibración, como es, la frecuencia, el periodo, la frecuencia natural y la velocidad y aceleración máxima obtenida por el sistema de vibración. Además, para estandarizar la comparación, el análisis gráfico se centró en una muestra constante de 5 ciclos en todos de los casos. Los resultados mostraron un comportamiento muy similar al obtenido con el sistema sin carga. Con el resorte cuya constante de rigidez de 3.30 kN/m se obtiene la mayor frecuencia de 1.21 Hz, así como una frecuencia natural de 7.61 rad/s y una aceleración de 0.594 m/s^2 .

Al comparar el ensayo sin carga frente al ensayo con 1 kg adicional, se cuantifica el impacto directo de la masa en las variables dinámicas del sistema. Para cada constante de rigidez (k), la variación de la inercia total produce cambios específicos en la frecuencia experimental (f), el periodo (T), la velocidad máxima (v_{max}) y la aceleración máxima (a_{max}). De esta manera, las tablas registran la respuesta cinemática exacta y el comportamiento físico de la masa oscilante ante dos condiciones de carga distintas bajo el mismo principio de movimiento armónico simple. La obtención de los parámetros dinámicos a partir del registro gráfico concuerda con la metodología validada por Rao (2012). El autor señala que, en sistemas de un grado de libertad, el análisis de la amplitud (A) y la frecuencia angular experimental (ω_{exp}) permite determinar analíticamente la cinemática del mecanismo.

Este comportamiento coincide con los resultados obtenidos en la máquina, comprobando experimentalmente que la aceleración máxima $a_{max} = A\omega_{exp}^2$ responde linealmente a la rigidez del resorte empleado.

Tabla 2. Resultados experimentales en el sistema de vibración con carga de 1 kg. Fuente: Elaboración propia.

k kN/m	f (Hz)	T (s)	ω_{exp} (rad/s)	v_{max} (m/s)	a_{max} (m/s ²)
3.30	1.21	0.82	7.61	0.078	0.594
1.22	1.02	0.97	6.44	0.089	0.537
0.47	0.97	1.02	6.13	0.084	0.516

En la Figura 9 se muestran los gráficos de la posición del sistema de vibración simple sin carga y con 1 kg de carga. Al considerar el resorte cuya constante elástica es de 3.30 kN/m, se puede observar físicamente un ligero cambio en el movimiento con el incremento de la masa del sistema. En el primer registro, que corresponde a la prueba sin carga extra, el trazo de la amplitud se queda apenas por debajo de la línea verde de referencia, correspondiente a un valor de 0.97 cm. En contraste, en con el sistema de vibración con 1 kg de carga, donde se pudo observar una amplitud de 1.02 cm. Lo anterior se debe a que el aumento de la masa incrementa el peso del sistema, por ende, su deformación también incrementa.

Por otro lado, al revisar el eje horizontal de la distancia, se puede notar que los ciclos del sistema de vibración con 1 kg de carga están más comprimidos. Esto concuerda perfectamente con los cálculos de la Tabla 2, donde la longitud de onda se acortó de 1.70 cm a 1.65 cm al agregar más peso, a pesar de estar usando exactamente el mismo resorte de 3.30 kN/m.

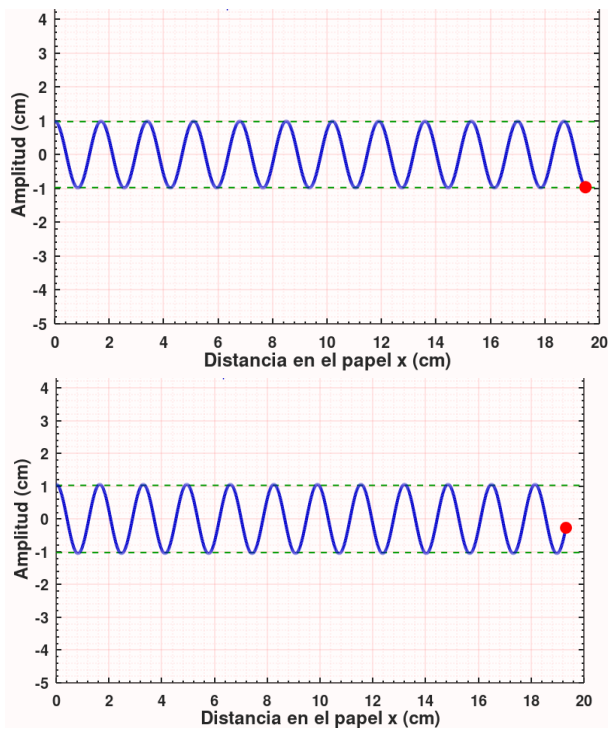


Figura 9. Ensayo con el resorte 1 (3.30 kN/m): a) sin carga y b) con una carga de 1 kg . Fuente: Elaboración propia.

Al considerar el resorte cuya constante elástica es de 1.22 kN/m se ve claramente en la Figura 10 que el trazado encaja de forma exacta con las líneas verdes punteadas, marcando una amplitud exacta de 1 cm (0.010 m). Al sumarle el kilogramo extra de carga, el cambio vertical es bastante notorio. A diferencia del sistema sin carga, aquí el peso adicional provocó un aumento considerable en el desplazamiento, haciendo que las ondas alcancen la marca de los 1.5 cm (0.015 m) en sus puntos máximos.

Por otro lado, al revisar el eje horizontal, ocurre un efecto similar al del primer ensayo. La distancia entre cada onda se redujo ligeramente al agregar el peso, pasando de tener ciclos cada 2.2 cm en la prueba sin carga, a tenerlos cada 2.1 cm en la prueba con 1 kg de carga. Esto confirma de a mayor carga existe una mayor deformación del sistema y a menor constante de rigidez, mayor deformación es obtenida.

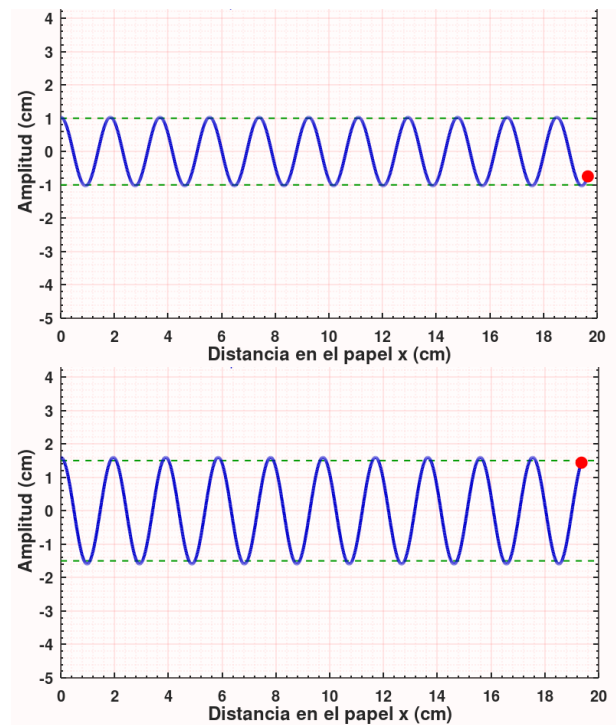


Figura 10. Ensayo con el resorte 2 ($k=1.22 \text{ kN/m}$): a) sin carga y b) con una carga de 1 kg . Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 11 se ilustra el comportamiento del sistema usando el resorte más flexible de todos, el de 0.47 kN/m . Para la prueba solo con el carro libre, salta a la vista que el trazo ya supera con facilidad la marca de 1 cm , llegando a los 1.15 cm . Al montarle el peso extra de 1 kg (inciso b), la elongación es todavía mayor que las anteriores pruebas, haciendo que las crestas se estiren casi hasta el 1.4 cm . Al revisar eje horizontal, se pudo apreciar que, en comparación con la prueba sin carga, la distancia entre cada pico es de exactamente 2 cm . Sin embargo, al incluir la masa adicional, la onda no se comprimió, sino que se estiró ligeramente hasta alcanzar los 2.05 cm . Físicamente esto tiene sentido, como este resorte es muy suave, al cargar más peso, le cuesta mayor trabajo completar su ciclo (subida y bajada). Esto hace que el ciclo tarde una fracción de segundo más y, por lo tanto, el papel del tambor alcance a avanzar un poco más de distancia entre cada cresta.

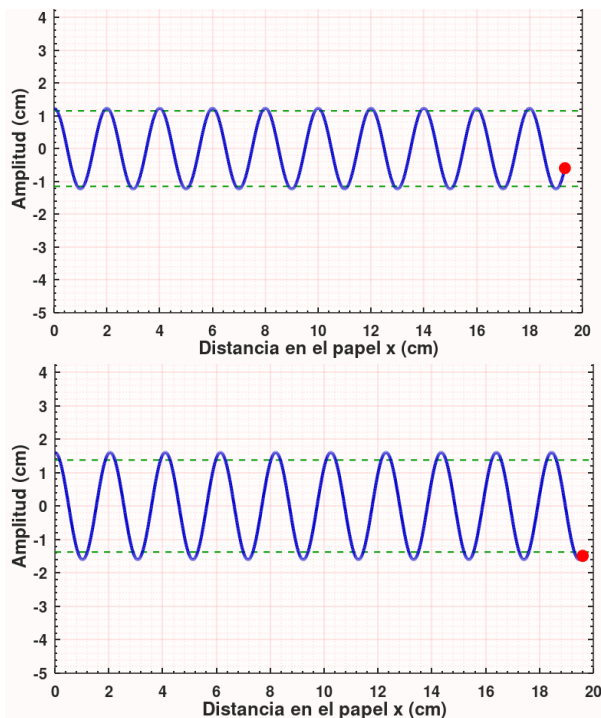


Figura 11. Ensayo con el resorte 3 ($k=0.47 \text{ kN/m}$): a) sin carga y b) con una carga de 1 kg. Fuente: Elaboración propia.

Para ampliar el comportamiento del sistema de vibración con diferentes valores de masa, se optó por emplear el resorte más rígido y se incrementó la carga hasta alcanzar un total de 4 kg. En esta configuración se seleccionó el resorte 3, el cual cuenta con la mayor rigidez (3.30 kN/m). Posteriormente, el conjunto fue desplazado manualmente desde su posición de equilibrio y liberado de manera controlada, permitiendo el inicio del movimiento oscilatorio. El comportamiento dinámico del sistema fue registrado de forma continua mediante el tambor registrador, obteniéndose un registro gráfico del desplazamiento en función del tiempo.

A partir del registro gráfico obtenido, se procedió a la determinación del periodo de oscilación con el fin de calcular la frecuencia natural del sistema. Para reducir el error experimental, se consideraron cinco ciclos completos consecutivos, midiendo únicamente la distancia horizontal correspondiente al eje del tiempo, ya que esta representa el intervalo temporal del movimiento registrado.

La medición se realizó únicamente en la dirección horizontal, ya que esta corresponde al eje del tiempo. No se tomó en cuenta la longitud de la curva ni el desplazamiento vertical, debido a que estos no aportan información temporal relevante para el análisis. Mediante el uso de un vernier, se midió la distancia horizontal total ocupada por los cinco ciclos completos, obteniéndose un

valor de 25 mm. Conociendo la velocidad constante de avance del papel, se calculó el tiempo total correspondiente a los cinco ciclos utilizando la relación correspondiente.

$$t = \frac{l}{s}$$

$$t = \frac{25 \text{ mm}}{20 \text{ mm/s}} = 1.25 \text{ s}$$

El periodo experimental del sistema se calculó dividiendo el tiempo total entre el número de ciclos registrados:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1.25}{5} = 0.25 \text{ s}$$

A partir del periodo, se determinó la frecuencia experimental del sistema:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.25} = 4.00 \text{ Hz}$$

Finalmente, se calculó la frecuencia angular mediante la siguiente expresión:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(4.00 \text{ Hz}) = 25.13 \text{ rad/s}$$

A partir de los resultados presentados en la Tabla 1, se observa que el periodo de oscilación disminuye conforme aumenta la rigidez del resorte, mientras que la frecuencia y la frecuencia angular incrementan de manera proporcional. Este comportamiento concuerda con el modelo teórico de vibraciones libres de un sistema de un grado de libertad, donde la frecuencia natural depende directamente de la rigidez del resorte e inversamente de la masa del sistema. También se puede observar que los resultados experimentales presentan una concordancia adecuada con el modelo teórico, lo que indica que el procedimiento aplicado permitió obtener mediciones confiables dentro de las condiciones del ensayo.

Tabla 1. Resultados experimentales de vibraciones libres. Fuente: Elaboración propia.

Resorte	Masa (kg)	Periodo T (s)	Frecuencia f (Hz)	ω (rad/s)
1	0	0.42	2.38	14.96
2	2	0.38	2.63	16.53
3	4	0.25	4.00	25.13

Ensayo experimental de vibraciones libres amortiguadas

Para el segundo ensayo experimental se analizó el comportamiento dinámico de un sistema mecánico de un grado de libertad bajo condiciones de vibración libre amortiguada, con el objetivo de estudiar la influencia del amortiguamiento viscoso en la respuesta del sistema y determinar parámetros como el periodo de oscilación y la frecuencia natural amortiguada.

El ensayo se realizó utilizando el equipo de vibraciones libres y forzadas MVLF, configurado como un sistema masa-resorte-amortiguador con movimiento vertical como se muestra en la Figura 12. Para los ensayos se empleó el resorte 3, con una constante elástica de 0.47 kN/m, y se adicionó una masa total de 3 kg, lo que permitió obtener una frecuencia natural baja y una respuesta vibratoria observable. Posteriormente, se instaló el amortiguador viscoso ajustable, inicialmente en posición completamente cerrada, para establecer la condición de menor disipación de energía.



Figura 10. Sistema de vibración de un grado de libertad con amortiguador. Fuente: Elaboración propia

El sistema fue desplazado manualmente desde su posición de equilibrio y liberado, permitiendo que oscilara libremente bajo la acción de la fuerza elástica, la inercia y el amortiguamiento. El tambor registrador, operando a 20 mm/s, capturó el desplazamiento en función del tiempo. El ensayo se repitió variando gradualmente la

apertura del amortiguador en incrementos de 1/4 de vuelta hasta una apertura total, registrando en cada caso la respuesta vibratoria.

Se siguió el mismo procedimiento de medición descrito en el ensayo anterior, considerando cinco ciclos consecutivos para determinar el periodo experimental a partir de la velocidad constante del tambor registrador.

Sabiendo esto, se podrá determinar el tiempo utilizando la relación correspondiente:

$$t = \frac{l}{s}$$

$$t = \frac{0.0238}{20 \text{ mm/s}} = 1.19 \text{ s}$$

El periodo experimental del sistema se calculó dividiendo el tiempo total entre el número de ciclos registrados:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1.19}{5} = 0.238 \text{ s}$$

A partir del periodo, se determinó la frecuencia experimental del sistema:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.238} = 4.20 \text{ Hz}$$

Finalmente, se calculó la frecuencia angular mediante la expresión:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(4.20 \text{ Hz}) = 26.38 \text{ rad/s}$$

Los resultados presentados en la Tabla 2 muestran que, al incrementar la apertura del amortiguador, aumenta la razón de amortiguamiento (ζ), lo que se traduce en una mayor disipación de energía y una reducción más rápida de la amplitud del movimiento. También se puede observar que la frecuencia amortiguada presenta ligeras variaciones conforme aumenta el amortiguamiento, comportamiento consistente con la expresión teórica de la frecuencia natural amortiguada. Dado que los valores de ζ se mantienen menores a 1, el sistema se clasifica como subamortiguado, lo cual explica la presencia de oscilaciones cuya amplitud decrece progresivamente con el tiempo.

Tabla 2. Resultados experimentales de vibraciones libres amortiguadas. Fuente: Elaboración propia.

Apertura	ζ (-)	ω_d (rad/s)	f_d (Hz)
Cerrado	0.093	26.38	4.20
1/4	0.128	26.16	4.16
1/2	0.160	26.04	4.15
3/4	0.200	25.84	4.11
1 vuelta	0.252	25.54	4.07

En la Figura 11 se observa el registro gráfico correspondiente a la configuración con el amortiguador en posición cerrada. A diferencia del ensayo sin amortiguamiento, se aprecia una disminución progresiva de la amplitud conforme transcurre el tiempo, lo cual evidencia la disipación de energía mecánica característica del amortiguamiento viscoso. Los resultados obtenidos de menara experimental ara el sistema de vibración con amortiguamiento viscoso están alineados con los resultados obtenidos por Hernández y Medina (2021), quienes demostraron que el incremento del coeficiente viscoso reduce progresivamente la energía mecánica y la amplitud del sistema de vibración.

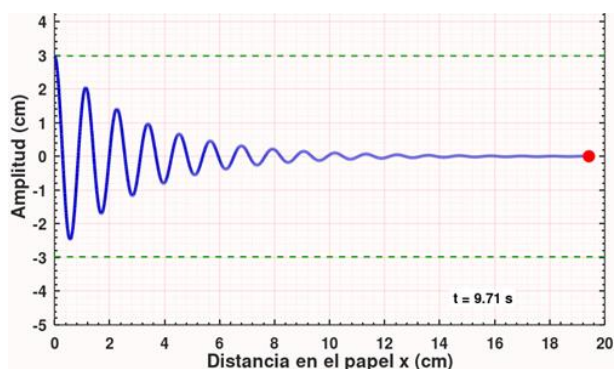


Figura 11. Registro gráfico de vibraciones libres amortiguadas con el amortiguador en posición cerrada. Fuente: Elaboración propia.

Para ampliar el análisis y comportamiento del sistema de vibración con amortiguamiento viscoso, se procedió a evaluar el efecto de retirar el elemento elástico sobre su desplazamiento, permitiendo evaluar directamente el efecto disipativo del amortiguador sobre el movimiento del sistema. Para el desarrollo del ensayo experimental se utilizó una masa correspondiente a la configuración del resorte 3, la cual fue colocada en el portamasas del equipo. Posteriormente, se ajustó el amortiguador mediante la perilla de regulación, iniciando desde la posición completamente cerrada, lo que corresponde al máximo coeficiente de amortiguamiento. Una vez

configurado el sistema como se muestra en la Figura 12, se elevó manualmente el portamasas desde su posición de equilibrio, generando un desplazamiento inicial.



Figura 12. Sistema de vibración con amortiguador sin muelle o resorte. Fuente: Elaboración propia.

El procedimiento fue realizado variando la apertura del amortiguador en incrementos de 1/4 de vuelta hasta completar una vuelta completa, registrando en cada caso la evolución temporal del desplazamiento. Los resultados del desplazamiento del sistema masa-amortiguador sin resorte se muestran en la Figura 13. A diferencia de los ensayos anteriores, el movimiento no presenta un comportamiento oscilatorio periódico, sino una disminución progresiva del desplazamiento hasta alcanzar el equilibrio, evidenciando la acción directa de la fuerza viscosa sobre el sistema. Este comportamiento experimental confirma el modelo teórico del amortiguamiento viscoso, en el cual la fuerza de amortiguamiento es proporcional a la velocidad del sistema, produciendo una disipación progresiva de la energía mecánica y una reducción exponencial de la amplitud del movimiento.

Resultados del decremento logarítmico

El cálculo del decremento logarítmico se realizó siguiendo la metodología previamente descrita, utilizando amplitudes consecutivas medidas directamente sobre el registro gráfico.

A partir del registro se seleccionaron dos amplitudes consecutivas para determinar el decremento logarítmico y calcular la razón de amortiguamiento en cada

configuración del amortiguador. Para tal efecto, se emplearon las siguientes mediciones: $X_1 = 36$ mm y $X_2 = 20$ a 7 mm, las cuales se realizan utilizando un vernier directamente sobre el papel registrador. Posteriormente se determinó el decremento logarítmico mediante la siguiente ecuación:

$$\delta = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)$$

$$\delta = \ln\left(\frac{36}{20}\right) \rightarrow \delta = \ln(1.8) \approx \delta = 0.588$$

Posteriormente, el coeficiente de amortiguamiento adimensional fue calculado mediante:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}$$

$$\zeta = \frac{0.588}{\sqrt{4\pi^2 + (0.588)^2}} \rightarrow \zeta = 0.093$$

El mismo procedimiento fue aplicado para las diferentes configuraciones del amortiguador. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 3, los cuales revelan que, al aumentar la resistencia del amortiguador, la reducción del desplazamiento ocurre de forma más pronunciada, lo cual concuerda con el modelo teórico del amortiguamiento viscoso, donde la fuerza de disipación es proporcional a la velocidad del movimiento. Linares y Torres (2025) también emplearon el decremento logarítmico para cuantificar la disipación energética en sistemas subamortiguados, el cual está acorde a la metodología presentada en el presente trabajo.

Tabla 3. Resultados experimentales del sistema con amortiguador viscoso (sin muelle). Fuente: Elaboración propia.

Apertura	X_1 (mm)	X_2 (mm)	δ	ζ
Cerrado		20	0.588	0.093
$\frac{1}{4}$		16	0.811	0.128
$\frac{1}{2}$	36	13	1.019	0.160
$\frac{3}{4}$		10	1.281	0.200
1 vuelta		7	1.638	0.252

En la Figura 13 se muestra el registro gráfico correspondiente al sistema masa–amortiguador sin muelle. A diferencia de los ensayos anteriores, el movimiento no presenta un comportamiento oscilatorio periódico, sino una disminución progresiva del desplazamiento hasta alcanzar el equilibrio, evidenciando la acción directa de la fuerza viscosa sobre el sistema.

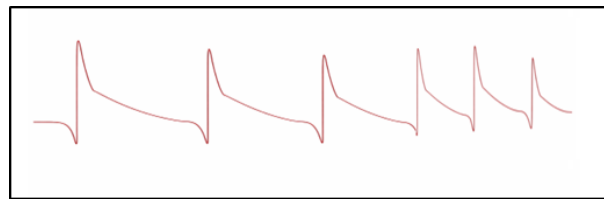


Figura 13. Registro gráfico del desplazamiento del sistema masa–amortiguador sin resorte. Fuente: Elaboración propia.

Los resultados obtenidos en el estudio experimental del sistema masa–resorte–amortiguador mostraron una tendencia consistente con los fundamentos teóricos de vibraciones mecánicas reportados en la literatura clásica. En el ensayo de vibraciones libres, se comprobó que el incremento en la rigidez del resorte produjo una disminución del periodo y un aumento de la frecuencia natural, comportamiento acorde con la expresión $\omega_n = \sqrt{k/m}$, ampliamente documentada en textos de dinámica y vibraciones mecánicas. Este comportamiento coincide con lo reportado por Martínez (2023) y Ortiz, Vega e Hidalgo (2021), quienes observaron experimentalmente que la variación de la constante elástica modifica directamente la frecuencia natural del sistema. Respecto al ensayo de vibraciones amortiguadas, la disminución progresiva de la amplitud y el valor estimado de la razón de amortiguamiento evidencian un comportamiento subamortiguado, condición común en sistemas mecánicos reales, tal como señalan Hernández y Medina (2021). En conjunto, los resultados experimentales se encuentran dentro del comportamiento esperado según la literatura especializada, validando la confiabilidad del procedimiento experimental y del equipo utilizado.

Se pudo observar que, al aumentar la resistencia del amortiguador, la reducción del desplazamiento ocurre de forma más pronunciada, lo cual concuerda con el modelo teórico del amortiguamiento viscoso, donde la fuerza de disipación es proporcional a la velocidad del movimiento. El comportamiento experimental permite validar cualitativamente la relación entre la disipación energética y el coeficiente de amortiguamiento, destacando la importancia del control de estos parámetros en sistemas mecánicos reales.

Conclusiones

El presente estudio permitió analizar experimentalmente el comportamiento dinámico de un sistema masa–resorte–amortiguador mediante ensayos de vibraciones libres y amortiguadas utilizando el equipo MVLF de

EDIBON. A través del registro gráfico del desplazamiento y la variación controlada de masa, rigidez y amortiguamiento, se determinaron parámetros fundamentales como el periodo, la frecuencia natural, la frecuencia angular y la razón de amortiguamiento.

Los resultados confirmaron que la frecuencia natural depende directamente de la rigidez del resorte e inversamente de la masa del sistema. Asimismo, se comprobó que cuando la frecuencia de excitación se aproxima a la frecuencia natural se produce un incremento significativo en la amplitud, fenómeno conocido como resonancia. La incorporación del amortiguamiento viscoso permitió observar la disipación progresiva de energía y la reducción de la amplitud, demostrando su importancia para la estabilidad dinámica del sistema.

Finalmente, la coherencia entre los resultados experimentales y las expresiones teóricas valida el modelo dinámico utilizado y demuestra la efectividad del equipo experimental como herramienta de aprendizaje y análisis aplicado. Finalmente, este trabajo contribuye a fortalecer la comprensión práctica de las vibraciones mecánicas en sistemas de un grado de libertad, integrando teoría y experimentación para el estudio del comportamiento dinámico en aplicaciones reales de ingeniería.

Agradecimientos

A la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo por el apoyo brindado para el desarrollo del presente trabajo.

Referencias

- Castillo, M., Hernández, R. & Pérez, L. (2022). Evaluación del amortiguamiento en sistemas masa-resorte. *Journal de Ingeniería Aplicada*.
- Fernández, A. & Gómez, S. (2023). Comparación entre vibraciones libres y forzadas en sistemas mecánicos. *Revista Iberoamericana de Ingeniería*.
- Gutiérrez, R. & Morales, F. (2021) – *Propuesta de banco experimental para prácticas de vibraciones mecánicas en educación superior*. Trabajo donde se implementa un equipo similar al que tú usaste para estudiar vibraciones.
- Hernández, T. & Medina, J. (2021) – *Desarrollo de prototipo de amortiguador ajustable para análisis de respuesta dinámica*. Proyecto de investigación tecnológica aplicado a sistemas de un grado de libertad.
- Linares, G. & Torres, R. (2025) – *Estudio experimental de sistemas vibratorios de un grado de libertad con amortiguamiento ajustable*. Tesis universitaria que compara respuesta dinámica con distintos niveles de amortiguamiento.
- López, J. & Ramírez, D. (2021). Análisis experimental de sistemas vibratorios de un grado de libertad. *Revista de Ingeniería Mecánica*.
- Martínez, S. J. (2023) – *Dinámica de sistemas masa-resorte-amortiguador con variación de rigidez y masa: enfoque teórico y experimental*. Tesis de especialidad en ingeniería mecánica.
- Muñoz, J. L. R., Beltrán, S. I. G., Hernández, C. D. M., Cedeño, J. S. P., & Soto, C. E. B. (2023). Análisis de vibraciones mecánicas para resortes helicoidales en paralelo empleando el software Octave. *Ingenio y Conciencia Boletín Científico de la Escuela Superior Ciudad Sahagún*, 10(20), 56-65.
- Ortiz, L. A., Vega, C. & Hidalgo, M. (2021) – *Ensayo experimental de vibraciones libres y forzadas en sistemas de resortes múltiples*. Artículo donde se analizan resonancia y amortiguamiento en varios escenarios del sistema masa-resorte.
- Pérez, M., García, L. & Rodríguez, C. (2024) – *Modelación y análisis de un sistema masa-resorte-amortiguador con excitación forzada armónica*. Artículo en revista de ingeniería mecánica con simulación y pruebas de laboratorio.
- Ramírez, A. & Delgado, V. (2020) – *Implementación de banco de pruebas de vibraciones para motivar aprendizaje práctico en ingeniería*. Publicación educativa enfocada en experimentación con sistemas masa-resorte-amortiguador.
- Rao, S. S. (2012). *Vibraciones mecánicas* (5ta ed.). Pearson Educación.
- Rodríguez, P., Castro, J. & López, D. (2022) – *Comparación de técnicas de amortiguamiento en sistemas vibratorios*. Artículo que presenta resultados experimentales y teóricos con diferentes tipos de amortiguamiento.
- Ruiz, C. & Mendoza, J. (2022). Determinación experimental de parámetros dinámicos en sistemas mecánicos simples. *Revista de Ciencias Aplicadas*.
- Sánchez, A. & Herrera, F. (2022) – *Evaluación experimental del comportamiento vibratorio en sistemas con amortiguadores pasivos*. Investigación publicada en revista académica de ingeniería.
- Torres, P., Sánchez, V. & Ruiz, F. (2024). Influencia de la masa en la frecuencia natural de sistemas vibratorios. *Ingeniería y Desarrollo*.