

# Proceso de selección del elemento estructural

## Process of structural element selection

---

Martín Ortiz-Domínguez<sup>[a]</sup>, Francisco Medel-González<sup>[b]</sup>, Ángel J. Morales-Robles<sup>[c]</sup>, \*Arturo Cruz-Avilés<sup>[d]</sup>, Emilio A. Rivera-Landeros<sup>[e]</sup>, Suly S. Pérez-Castañeda<sup>[f]</sup>, Dorie Cruz-Ramírez<sup>[g]</sup>, Víctor M. Piedra-Mayorga<sup>[h]</sup>.

---

### Resumen

Proceso innovador que consiste en satisfacer una necesidad o resolver un problema apoyado de las herramientas de la ingeniería, siendo también un proceso de toma de decisiones. Cuando se requiere una cierta rigidez, o cuando las inversiones de carga pueden someter al miembro diseñado para tensión a ciertas compresiones, los cables varillas y barras no cumplirán con las necesidades del caso; en tal situación deben emplearse perfiles estructurales sencillos o armados. En el presente trabajo se hizo un estudio de un material con propiedades conocidas, para determinar el tipo de perfil estructural sería el más adecuado en una determinada aplicación.

**Palabras clave:** Momento cortante, Momento flexionante, Modulo de sección, Circulo de Mohr

### Abstract

Innovative process that consists of satisfying a need or solving a problem supported by engineering tools, also being a decision-making process. When a certain rigidity is required, or when the load inversions can subject the member designed for tension to certain compressions, the rods and rods will not meet the needs of the case; in this situation, simple or reinforced structural profiles should be used. In the present work we made a study of a material with known properties to determine the type of structural profile, it would be the most appropriate in a given application.

**Keywords:** Cutting moment, Flexing moment, Section module, Mohr's circle

## Introducción

Las vigas son comúnmente elementos prismáticos largos y rectos jugando un papel importante tanto en la ingeniería estructural como en la mecánica. Las vigas soportan cargas transversales a lo largo de su eje longitudinal, pero también soportan cargas en dirección axial.

Las vigas se analizan normalmente como dispositivos estáticos, en la mayor parte de los casos, las cargas son perpendiculares al eje de la viga. Tales cargas transversales solo causan flexión y corte en la viga. Las fuerzas internas en cualquier sección de la viga consistirán generalmente en una fuerza cortante  $V$  y un momento flector  $M$ ; sin embargo, las vibraciones y las aceleraciones pueden provocar cargas dinámicas (Norton y Beer, 2013).

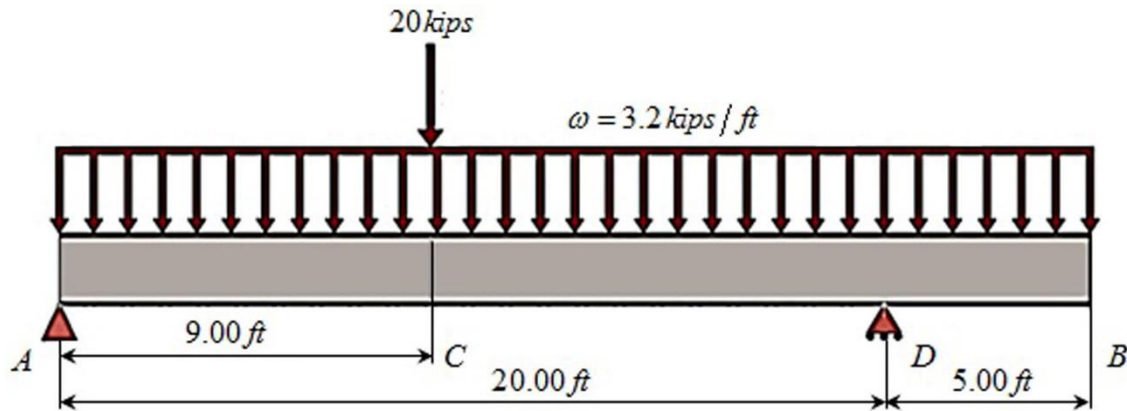
## Estudio de la estructura

En el presente trabajo se pretende realizar el análisis de los esfuerzos a los que estará sometida una viga de sección transversal en H con el fin de seleccionar un perfil normado que soporte esas condiciones. La Figura 1 muestra una viga de sección  $\overline{AB}$  que tiene una longitud de **25ft** soporta una carga uniformemente distribuida de **3.2 kips/ft** y una carga concentrada de **20 kips** en C. Asimismo presentó las características del perfil en la tabla 1.

Características del perfil	
Acero:	
$\sigma_{perm} = 24 \text{Ksi}$	(tensión o compresión)
$\tau_{perm} = 14.5 \text{Ksi}$	(cortante)

**Tabla 1.** Características del perfil seleccionado

(Elaboración propia)

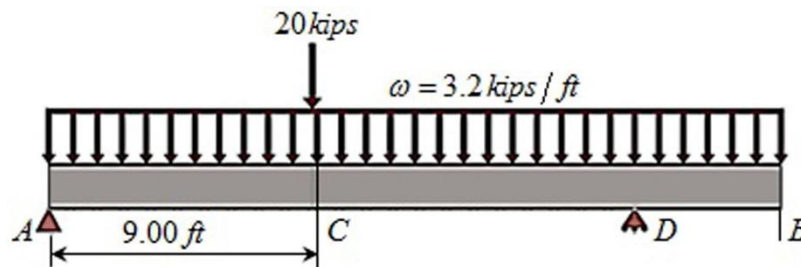


**Figura 1.** Viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida y una carga en un punto.

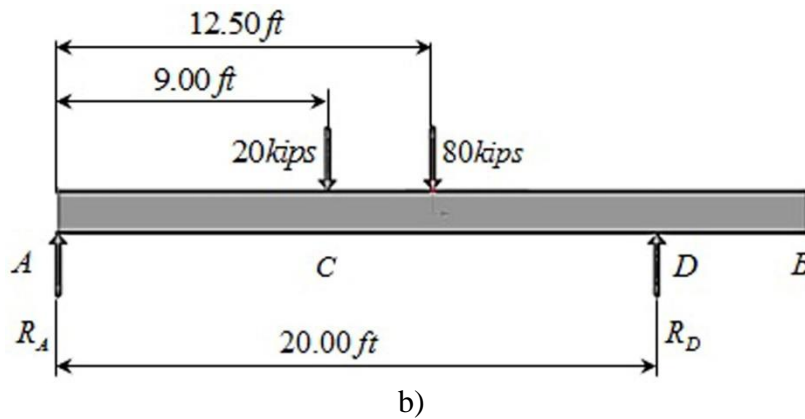
(Elaboración propia)

### Carga equivalente

Para comenzar con el análisis de los esfuerzos que deberá soportar la viga a estas condiciones de carga es necesario conocer las fuerzas a las que estará sometida la misma. Es posible encontrar todas las fuerzas que interactúan en esta viga con dos extremos empotrados empleando las leyes de Newton. El primer paso a resolver será el de la carga uniformemente distribuida que complica el análisis estático de la viga al estar presente en toda la longitud de la misma. Para resolver este problema se creará una carga equivalente (Ec. 1) que simulará a la carga uniformemente distribuida. La magnitud de esta carga será igual al producto del valor de la carga uniformemente distribuida por la longitud en la que actúa en este caso será toda la longitud de la viga (ver Fig. 2a). El punto en el cual se concentrará esta carga equivalente será en la mitad de la longitud total de la viga [2].



a)



**Figura 2.** a) Esquema de la carga uniformemente distribuida con una carga en un punto, y b) Carga equivalente en el centro de la viga.  
(Elaboración propia)

$$F_{eq} = \omega l . \quad (1)$$

dónde

$F_{eq}$  : Carga equivalente

$\omega$  : Carga uniformemente distribuida

$l$  : longitud de la viga

Por lo tanto al resolver la Ec. (1) se obtiene que la carga equivalente es:

$$F_{eq} = \omega l = \left( 32 \frac{kips}{ft} \right) (25ft) = 80kips \quad (2)$$

En la Figura 2b se presenta una viga simplemente apoyada, en equilibrio bajo la acción de la carga equivalente centrada y la carga del punto C y de sus reacciones  $R_A$  (Reacción en soporte A) y  $R_D$  (Reacción en soporte D). Por el momento se desprecia el peso propio de la viga.

### Ecuaciones de equilibrio

Una vez conocidas las cargas que soporta la viga es necesario conocer las reacciones en los puntos en los que se encuentra empotrada la viga. Para encontrar el valor de las dos reacciones se emplearan las ecuaciones de equilibrio.

$$\sum F_y = 0 . \quad (3)$$

$$\sum M_y = 0 . \quad (4)$$

Para encontrar el valor de  $R_D$  se utilizara la Ec. (3), desarrollando la sumatoria de momentos con respecto al punto A, se llega a:

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0 , \\ \sum M_A &= - (20kip)(9ft) - (80kips)(12.5ft) + R_D(20ft) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Despejando la Ec. (4) tenemos:

$$R_D = 59kips \quad (6)$$

Conociendo el valor de la reacción en el soporte D es posible encontrar el valor de la reacción en el soporte A utilizando la Ec. (2), desarrollando la sumatoria de fuerzas que actúan en la viga, se obtiene:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 , \\ \sum F_y &= R_A - 20kips - 80kips + 69kips = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Resolviendo la Ec. (6) tenemos:

$$R_A = 41kips \quad (8)$$

### Módulo de sección mínimo permisible

El diseño de una viga se controla, por lo general, mediante el máximo valor absoluto  $|M|_{m\acute{a}x}$  del momento flector que ocurrirá en la viga. El esfuerzo normal máximo  $\sigma_m$  en la viga se encuentra en la superficie de ésta sección crítica donde ocurre  $|M|_{m\acute{a}x}$  y se obtiene de la siguiente ecuación:

$$\sigma_m = \frac{|M|_{m\acute{a}x}}{S} \quad (9)$$

dónde

$S$  : *módulo de sección permisible*

$\sigma_m$  : *Esfuerzo normal máximo*

$|M|_{m\acute{a}x}$  : *Momento flector máximo*

Un diseño seguro requiere que  $\sigma_m \leq \sigma_{perm}$  donde  $\sigma_{perm}$  es el esfuerzo permisible para el material utilizado. Sustituir  $\sigma_{perm}$  por  $\sigma_m$  en la Ec. (9) y despejar  $S$  resulta en el mínimo valor permisible del módulo de sección para la viga que se diseña [2]:

$$S_{min} = \frac{|M|_{m\acute{a}x}}{\sigma_{perm}} \quad (10)$$

dónde

$S_{min}$  : *Módulo de sección mínimo permisible*

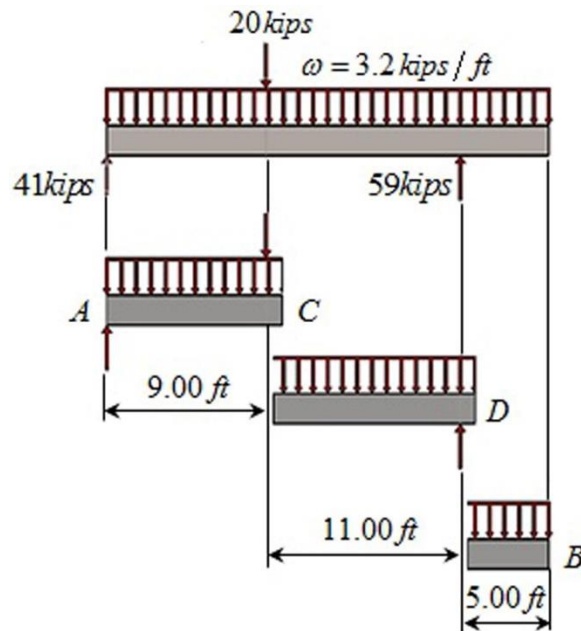
$\sigma_{perm}$  : *Esfuerzo permisible*

$|M|_{m\acute{a}x}$  : *Momento flector máximo*

### Diagramas de Fuerza Cortante y Momento Flector

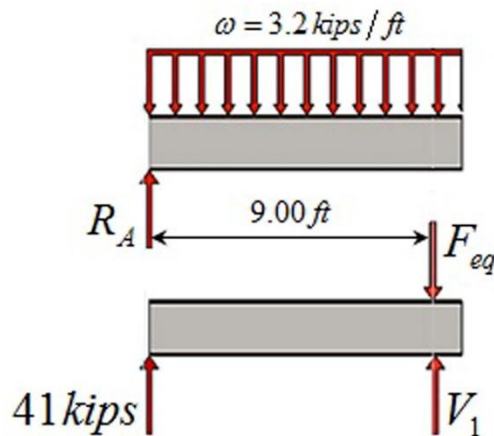
El siguiente paso en la solución del problema es encontrar el momento flector máximo  $|M|_{m\acute{a}x}$  que actúa en la viga. Lo podemos conocer con la ayuda de los diagramas de fuerza cortante y momento flector los cuales se representan gráficamente las fuerzas y momentos que actúan de manera simultánea en la viga. Asimismo los diagramas nos permitirán conocer la fuerza cortante máxima que es de suma importancia para la elección del perfil.

A continuación se corta la viga en tres secciones y se dibujan los diagramas de cuerpo libre como se puede observar en la Figura 3; suponiendo que el corte y el momento flector son positivos.



**Figura 3.** Diagramas de cuerpo libre de la Viga.  
(Elaboración propia)

Primero se determina la sección A-C, es posible observar que en esa sección actúan dos fuerzas puntuales y una carga uniformemente distribuida como lo muestra la Figura 4. Para conocer las fuerzas cortantes que actúan en el interior de la viga se utiliza el método de superposición.



**Figura 4.** Diagramas de cuerpo libre sección A-C.  
(Elaboración propia)

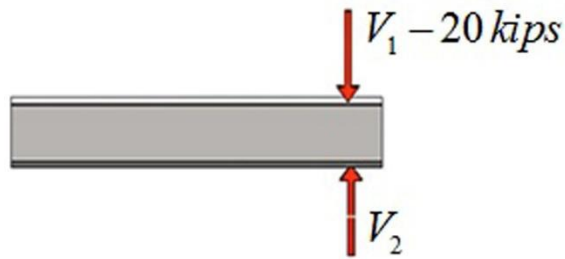
Considerando la fuerza cortante  $V_1$  resultante de la carga distribuida y la carga uniformemente distribuida, se escribe.

$$V_1 = R_A - F_{eq} , \quad (11)$$

Sustituyendo la Ec. (8) en la Ec. (11), se obtiene:

$$\begin{aligned} V_1 &= 41kips - \omega l , \\ V_1 &= 41kips - (3.2kips/ft)(9ft) , \\ V_1 &= 12.2kips . \end{aligned} \quad (12)$$

A continuación se calcula la fuerza  $V_2$  y para simplificar el cálculo se considera la ya conocida  $V_1$  que contiene la información de todas las fuerzas que intervienen en la viga hasta ese punto (ver Fig. 5).

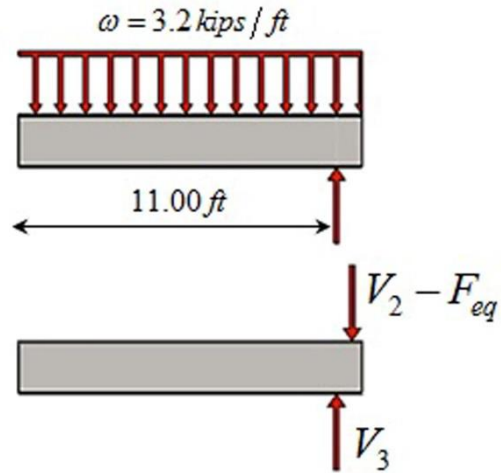


**Figura 5.** Diagramas de cuerpo libre para encontrar  $V_2$ .  
(Elaboración propia)

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 - 20kips , \\ V_2 &= 12.2kips - 20kips , \\ V_2 &= -7.8kips . \end{aligned} \quad (13)$$

Para las siguientes dos secciones de la viga, se determinan de manera similar a los diagramas de cuerpo libre que se muestran en la Figura 6 y 7, se obtienen:



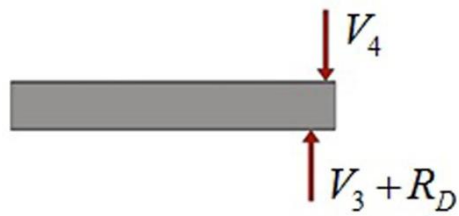


**Figura 6.** Diagramas de cuerpo libre para encontrar  $V_3$ .  
(Elaboración propia)

$$V_3 = V_2 - F_{eq} , \quad (14)$$

Sustituyendo a Ec. (13) en Ec. (14), se obtiene:

$$\begin{aligned} V_3 &= -7.8 \text{ kips} - \omega l , \\ V_3 &= -7.8 \text{ kips} - (3.2 \text{ kips/ft})(20 \text{ ft}) , \\ V_3 &= -43 \text{ kips} . \end{aligned} \quad (15)$$



**Figura 7.** Diagramas de cuerpo libre para encontrar  $V_4$ .  
(Elaboración propia)

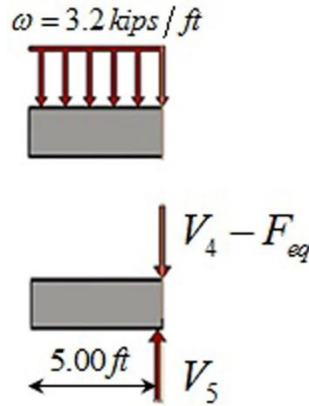
Considerando el valor de  $V_3$  podemos encontrar el valor de  $V_4$ , por lo tanto se tiene:

$$V_4 = V_3 - R_D , \quad (16)$$

Sustituyendo las Ec. (6) y Ec. (15) en la Ec. (16), se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} V_4 &= V_3 - 20kips , \\ V_4 &= -43kips + 59kips , \\ V_4 &= 16kips . \end{aligned} \quad (17)$$

Para la última sección, la fuerza cortante puede obtenerse fácilmente considerando como cuerpo libre la porción de la viga mostrada en la Figura 8. La fuerza cortante  $V_5$  se obtiene como:



**Figura 8.** Diagramas de cuerpo libre para encontrar  $V_5$ .

(Elaboración propia)

$$V_5 = V_4 - F_{eq} , \quad (18)$$

Resolviendo la Ec. (18) usando el resultado de la Ec. (17) se tiene:

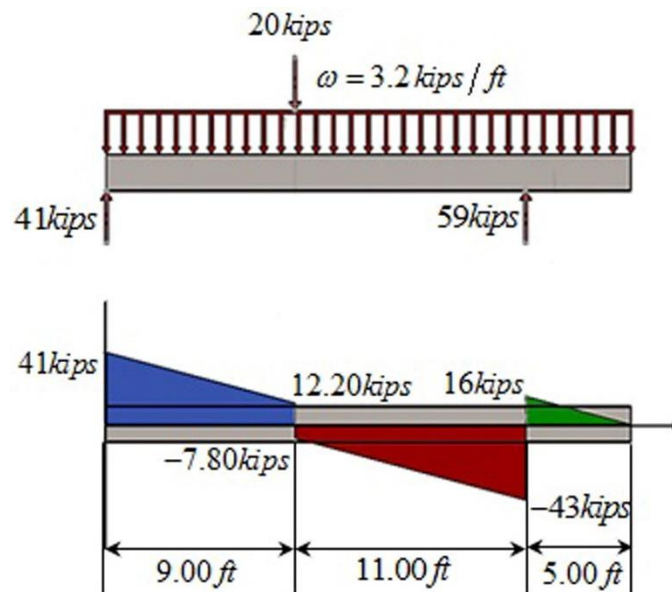
$$\begin{aligned} V_5 &= 16kips - \omega l , \\ V_5 &= 16kips - (3.2 kips/ft)(5ft) , \end{aligned} \quad (19)$$

$$V_5 = 0.0 \text{ kips}.$$

El valor de  $V_5$  será igual a cero cumpliéndose así las ecuaciones de equilibrio.

### Diagrama de Fuerza Cortante

El diagrama de fuerza cortante es una herramienta que ayuda a visualizar como es que actúan las fuerzas en el interior de la viga. Si se grafican las fuerzas cortantes ya conocidas a lo largo de la longitud de la viga es más fácil encontrar el valor del máximo de fuerza cortante que será útil para el diseño (ver Fig. 9).



**Figura 9.** Viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida y una carga centrada en un punto y la gráfica de las fuerzas cortantes a lo largo de la viga.

(Elaboración propia)

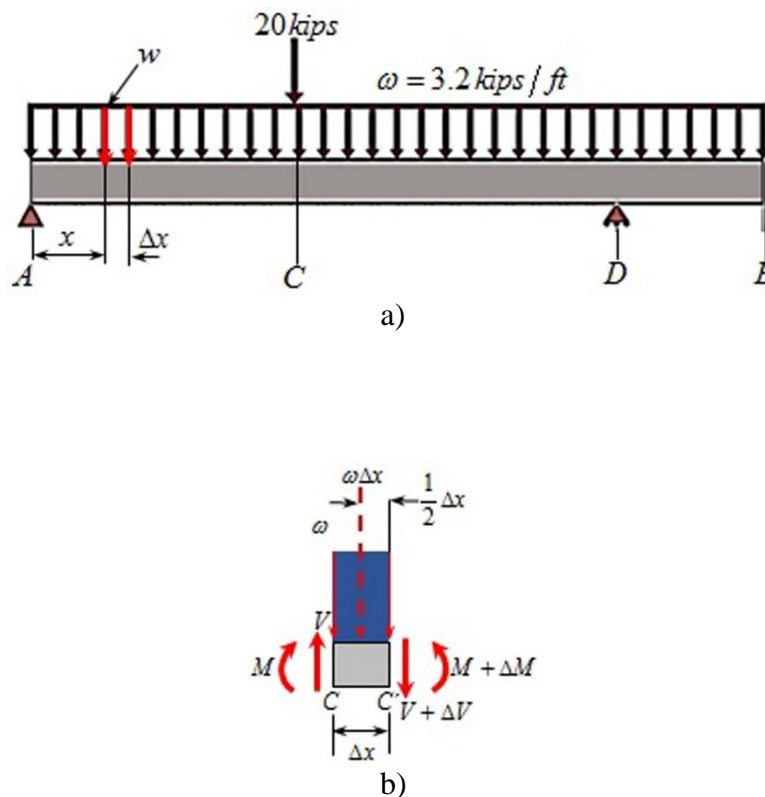
Observando las gráficas de las fuerzas cortantes mostradas en la Figura 9, se obtiene la fuerza cortante máxima como:

$$|V|_{\text{máx}} = 43 \text{ kips} \quad (20)$$

## Diagrama de Momento Flector

La construcción del diagrama de cortante y, especialmente, del diagrama de momento flector se facilitará en gran medida si se toman en consideración ciertas relaciones que existen entre la carga, el cortante y el momento flector.

Considerando la viga simplemente apoyada en  $R_A$  y  $R_D$  que lleva una carga distribuida de  $\omega$  por unidad de longitud (Figura 10a), y sean  $C$  y  $C'$  dos puntos en la viga a una distancia  $\Delta x$  una del otro. El cortante y el momento flector en  $C$  se denotarán por  $V$  y por  $M$ , respectivamente, y se supondrán positivos; el cortante y el momento flector en  $C'$  se denotarán por  $V + \Delta V$  y por  $M + \Delta M$ . Ahora se desprende la porción de viga  $CC'$  y se dibuja su diagrama de cuerpo libre (Figura 10b). Las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo libre incluyen una carga de magnitud  $\omega\Delta x$  y fuerzas y pares internos en  $C$  y en  $C'$ .



**Figura 10.** a) Viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida y una carga centrada en un punto y la gráfica de las fuerzas cortantes a lo largo de la viga, y b) porción de viga  $CC'$ .

(Elaboración propia)

Escribiendo la suma de momentos alrededor de  $C'$  es cero, se tiene:

$$\begin{aligned}\sum M_{C'} &= 0, \\ \sum M_{C'} &= (M + \Delta M) - M - V\Delta x + \omega\Delta x \frac{\Delta x}{2} = 0,\end{aligned}\tag{21}$$

Resolviendo la Ec. (21), se obtiene:

$$\Delta M = V\Delta x - \frac{1}{2}\omega(\Delta x)^2,\tag{22}$$

Dividiendo ambos miembros de la Ec. (22) entre  $\Delta x$  y haciendo que  $\Delta x$  se aproxime a cero, se obtiene:

$$\frac{dM}{dx} = V\tag{23}$$

La Ec. (23) indica que la pendiente  $dM/dx$  de la curva del momento flector es igual al valor del cortante. Esto es cierto en cualquier punto donde el cortante tenga un valor bien definido, esto es, en cualquier punto donde no se encuentre aplicada una carga concentrada, también muestra que  $V = 0$  en puntos donde  $M$  es máximo. Esta propiedad facilita la determinación de los puntos donde es posible que la viga falle bajo flexión. Integrando la Ec. (23) entre los puntos  $A$  y  $C$ , se escribe:

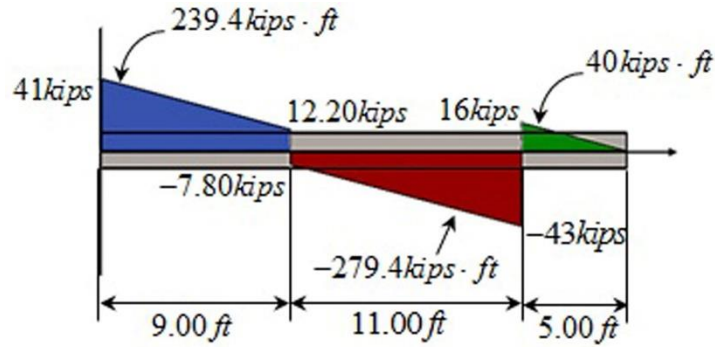
$$M_C - M_A = \int_{x_A}^{x_C} Vdx\tag{24}$$

Lo que se concluye es que

$$M_C - M_A : \text{Área bajo la curva de cortante entre } A \text{ y } C\tag{25}$$

El área bajo la curva de cortante deberá considerarse positiva donde el esfuerzo cortante es positivo y negativo donde el esfuerzo cortante es negativo.

Recordando que el área bajo la curva de cortante entre dos puntos es igual al cambio en el momento flector entre los mismos dos puntos. Por consecuencia, el área de cada porción del diagrama de cortante se calcula e indica en el diagrama de momento flector (ver Fig. 11). Debido a que el momento flector  $M_A$  en el extremo izquierdo es cero, se escribe:



**Figura 11.** Diagrama del área bajo la curva de cortante entre los puntos.

(Elaboración propia)

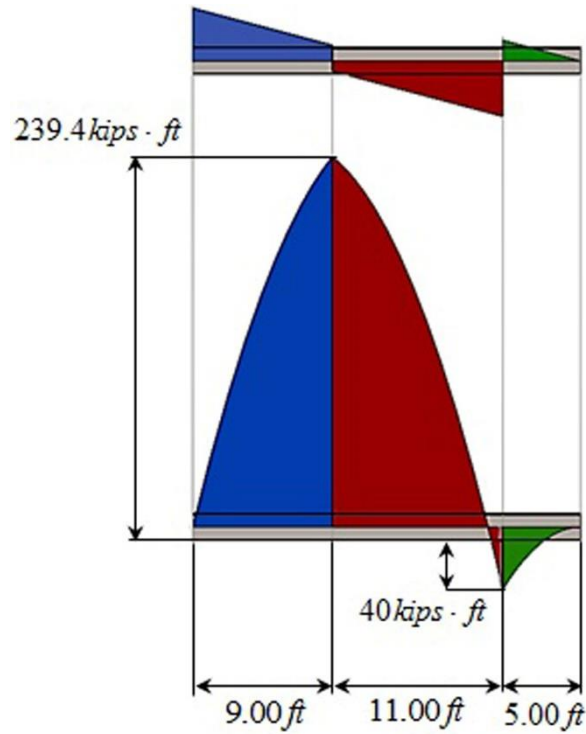
$$M_C - M_A = +239.4 \text{ kips} \cdot \text{ft} \quad M_C = +239.4 \text{ kips} \cdot \text{ft} \quad (26)$$

$$M_D - M_C = -279.4 \text{ kips} \cdot \text{ft} \quad M_D = -40 \text{ kips} \cdot \text{ft} \quad (27)$$

$$M_B - M_D = -40 \text{ kips} \cdot \text{ft} \quad M_B = 0 \quad (28)$$

Utilizando el diagrama de momento flector es posible conocer el valor del momento flector máximo (ver Fig. 12), mismo que será utilizado para conocer el módulo de sección mínimo permisible para el perfil en H.

$$|M|_{\text{máx}} = 239.4 \text{ kips} \cdot \text{ft} = 2873 \text{ kips} \cdot \text{in} \quad (29)$$



**Figura 12.** Diagrama del momento flector.

(Elaboración propia)

Recordando el valor del esfuerzo permisible es posible resolver la ecuación que determinara el módulo de sección permisible. Considerando las características de la viga se tiene que el esfuerzo permisible  $\sigma_{perm} = 24ksi$  y el momento máximo de la Ec. (29) se puede calcular el módulo de sección mínimo ( $S_{mín}$ ) permisible como:

$$S_{mín} = \frac{|M|_{máx}}{\sigma_{perm}} = \frac{2873kips \cdot in}{24ksi} = 119.7 in^3 \quad (30)$$

Como se mencionó en un principio existen catálogos para diversos perfiles (ver tabla 2) con dimensiones normadas con las cuales se pueden considerar diversos criterios para seleccionar el perfil más adecuado para la solución de este problema, en esta ocasión se buscará el que tenga un valor de módulo de sección cercano a  $119.7 in^3$  y como segunda condición se buscará el que sea más ligero para determinar esta condición se buscará el que tenga el valor más bajo de área de sección transversal.

Forma	S (in <sup>3</sup> )	A (in <sup>3</sup> )
W24 X 68	154	20.1
W21 X 62	127	18.3
W18 X 76	146	22.3
W16 X 77	134	22.6
W14 X 82	123	24.1
W12 X 96	131	28.2

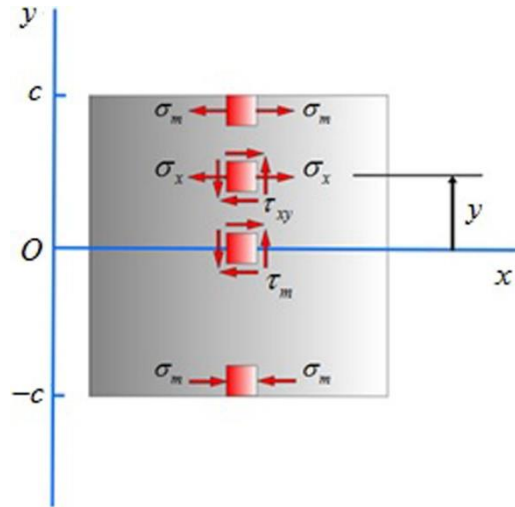
**Tabla 2.** Perfil H (vigas de ala ancha), americanos (W)  
(Pytel y Singer, 1994)

De acuerdo a los criterios mencionados anteriormente el perfil más conveniente será el W21 x 62. Por seguridad es necesario hacer un análisis más especializado utilizando el método de los esfuerzos principales y el círculo de Mohr.

### Esfuerzos principales en una viga

Considerando la viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida y una carga en un punto. Se denotarán con  $V$  y  $M$  al momento cortante y de flexión, respectivamente. Dentro de un límite elástico, los esfuerzos que se ejercen sobre un pequeño elemento con caras perpendiculares a los ejes  $x$  y  $y$ , respectivamente, se reducen los esfuerzos normales  $\sigma_m = Mc/I$  si el elemento se encuentra en la superficie libre de la viga, y a los esfuerzos cortantes  $\tau_m = VQ/It$  si el elemento está en la superficie neutra (Figura 13).





**Figura 13.** Diagrama del momento flector.

(Elaboración propia)

En cualquier punto de la sección transversal, un elemento de material está sujeto simultáneamente a los esfuerzos normales

$$\sigma_x = -\frac{My}{I}. \quad (31)$$

En dónde  $y$  es la distancia a la superficie neutral e  $I$  el momento de inercia centroidal de la sección, y a los esfuerzos cortantes.

$$\tau_{xy} = -\frac{VQ}{It}. \quad (32)$$

Donde  $Q$  es el primer momento sobre el eje neutral de la porción del área de la sección transversal localizada sobre el punto donde se calculan los esfuerzos, y  $t$  es el ancho de la sección transversal en ese punto. Los esfuerzos normales en una viga son aquellos que experimenta la viga a lo largo de su longitud, estos esfuerzos pueden ser de tensión o compresión. Es posible conocer los esfuerzos en todos los puntos del alma si se conoce el esfuerzo máximo. Para conocer estos esfuerzos basta conocer la distancia del eje neutro al punto que se desea calcular en la sección del alma de la viga.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{|M|_{m\acute{a}x}}{S}, \quad (33)$$

$$\sigma = \frac{y\sigma_{m\acute{a}x}}{c}. \quad (34)$$

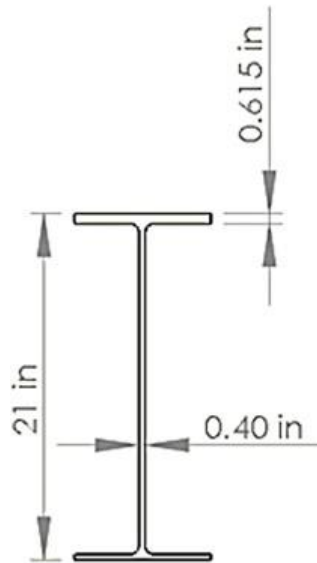
Es posible calcular los esfuerzos cortantes a lo largo de la sección transversal de una viga por los métodos que se presentan a continuación, el primero parte de una aproximación muy conservadora y el segundo es un cálculo más exacto en cualquier punto del alma de la viga.

$$\tau = \frac{|V|}{A_{alma}}, \quad (35)$$

$$\tau = \frac{VQ}{tI}. \quad (36)$$

### **Esfuerzos en el perfil**

En base a los cálculos realizados para seleccionar el perfil se podría suponer que soportara las condiciones de carga vistas al principio. Sin embargo, es necesario hacer un análisis más especializado en los puntos críticos de la viga. Estos para saber qué puntos analizar se utilizarán los diagramas de fuerza cortante y momento flector siendo los valores máximos el objeto de nuestro estudio. Se ha seleccionado el perfil W21 X 62 del cual se tiene una descripción completa de la geometría esta información será necesaria para el estudio (Fig. 14).



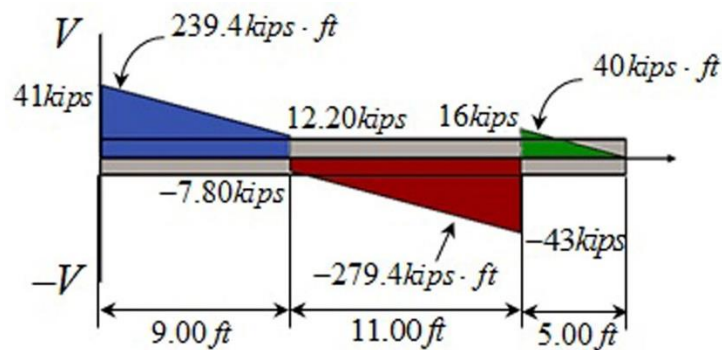
**Figura 14.** Perfil W21X62 con módulo de sección  $S = 127 \text{ in}^3$ .

(Elaboración propia)

Tomado los datos de la Figura 16 podemos obtener el área del alma del perfil propuesto.

$$A_{alma} = \tau_w d = (0.40 \text{ in})(21 \text{ in}) = 8.40 \text{ in}^2 \quad (37)$$

Es necesario demostrar que la viga es capaz de soportar todos los esfuerzos cortantes a lo largo de su longitud por ello se analizará el punto que concentra la fuerza cortante máxima como se puede ver en la Figura 15.



**Figura 15.** Esquema de la viga.

(Elaboración propia)

Resolviendo para la Ec. 35 para obtener el esfuerzo cortante máximo se tiene

$$\tau_m = \frac{|V_m|}{A_{alma}} = \frac{43kips}{8.4in^2} = 5.12ksi \quad (38)$$

$$\tau_m < 14.5ksi \quad (39)$$

$V_{m\acute{a}x}$ : Espesor del alma

$A_{alma}$ : Área del alma

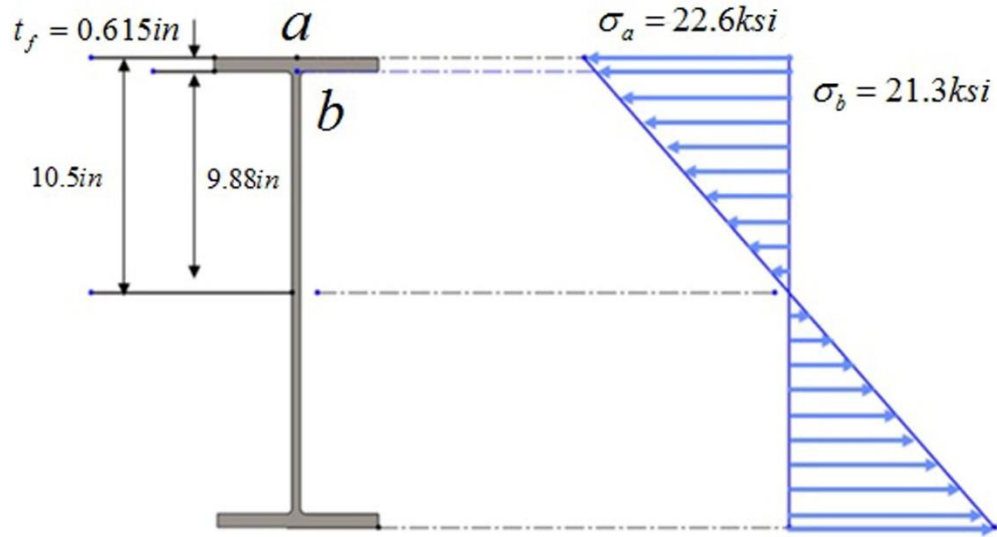
$\tau_m$ : Esfuerzo cortante máximo

El esfuerzo cortante máximo está dentro del rango de seguridad para esta viga.

### **Esfuerzos principales**

Para asegurar que la viga soportara las condiciones de carga se analizara la sección que soporta el momento máximo, valor que se utilizó para seleccionar el perfil. En el análisis determinaremos si la geometría en H del perfil soporta los esfuerzos combinados en su interior. Se puede observar que el punto crítico de este análisis es el punto *B* en el cual la sección se reduce y al estar más alejada del eje neutro concentrara los esfuerzos más cercanos al esfuerzo máximo. Se utilizarán las ecuaciones del círculo de Mohr para determinar si los esfuerzos que experimenta el punto *b* están en el rango de seguridad de la viga. Se calculan los esfuerzos principales en los puntos *a* y *b* en la sección crítica donde *M* es máximo y no excede  $\sigma_{perm} = 24ksi$ .

Conocer el esfuerzo normal máximo localizado en el punto *a* y con este el esfuerzo normal y el cortante en *b* resulta aún más sencillo ya que en este momento se cuenta con bastante información (ver Fig. 16) que da la oportunidad de utilizar las ecuaciones más simples.



**Figura 16.** Esquema del perfil.

(Elaboración propia)

Resolviendo la Ec. (33) con la información de la Ec. (29) obtenemos el esfuerzo normal máximo en el punto a.

$$\sigma_a = \frac{M_{\max}}{S} = \frac{2873 \text{ kips}}{127 \text{ in}^3} = 22.6 \text{ ksi} \quad (40)$$

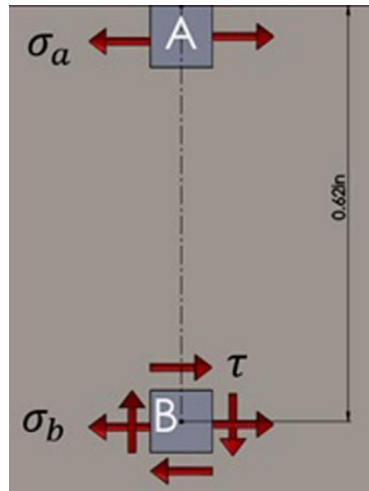
Utilizando el resultado de la Ec. (40) se tiene que;

$$\sigma_b = \sigma_a \frac{y_b}{c} = (22.6 \text{ ksi}) \left( \frac{9.88 \text{ in}}{10.5 \text{ in}} \right) = 21.3 \text{ ksi} \quad (41)$$

Para el esfuerzo cortante  $\tau = V/A_{\text{alma}}$  se toma el resultado de la Ec. (12) y el área del alma del perfil propuesto Ec. (37) se tiene que;

$$\tau = \frac{V}{A_{\text{alma}}} = \frac{12.2 \text{ kips}}{8.4 \text{ in}^2} = 1.45 \text{ ksi} \quad (42)$$

En la Figura 17 se puede observar gráficamente cómo se comportan los esfuerzos en el punto a y los esfuerzos en el punto b.



**Figura 17.** Esfuerzos en el punto a y b respectivamente.

(Norton, 2011)

### Círculo de Morh

El círculo de Morh es una herramienta sumamente útil que permite conocer los esfuerzos máximos en un punto determinado combinando los esfuerzos normales y los de torsión en dos o tres planos de referencia tomando como estudio una pequeña sección cúbica de la viga.

$$\sigma_{m\acute{a}x,m\acute{i}n} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} . \quad (43)$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} . \quad (44)$$

Como  $\sigma_{m\acute{a}x}$ : Esfuerzo máximo

$\sigma_x$ : Esfuerzo normal al plano x

$\sigma_y$ : Esfuerzo normal al plano y

$\tau_{xy}$ : Esfuerzo cortante en el plano xy

$\tau_{m\acute{a}x}$ : Esfuerzo cortante máximo.

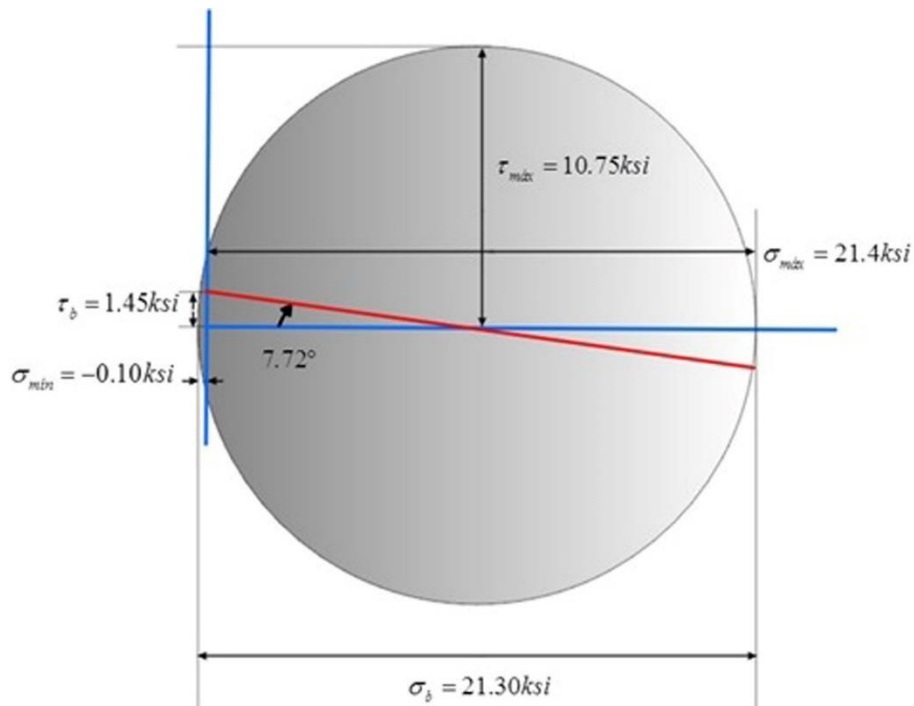
Con la Ec. (43) del círculo de Mohr es posible calcular el esfuerzo máximo en el puto b combinando todos los esfuerzos presentes en este punto, se tiene que;

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{21.3ksi}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{21.3ksi}{2}\right)^2 + (1.42ksi)^2} \quad (45)$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 21.4ksi \leq 24ksi$$

Según la ecuación del círculo de Mohr, el esfuerzo máximo está dentro del rango de seguridad ya que es menor al esfuerzo permisible. El círculo de Mohr ofrece más información para el diseño, un dato importante es el ángulo de falla en el que se concentran los esfuerzos en esa sección como se puede observar en la Figura 18.



**Figura 18.** Círculo de Mohr,  $\sigma_{m\acute{a}x,m\acute{i}n} = \sigma_{prom} \pm R$ .

(Elaboración propia)

## **Resultados y discusiones**

El problema muestra un excelente medio de resolver ejercicios de vigas estructurales mediante las gráficas de las funciones de carga, cortante, momento y deflexión. Dejando en puerta otras técnicas de solución como lo son: El análisis de elementos finitos (FEA), el método de doble integración para obtener la función de deflexión y el método de Castigliano empleando las ecuaciones de la energía de deformación para determinar la deflexión en cualquier punto.

## **Conclusiones**

La finalidad de este trabajo fue determinar los esfuerzos principales en un elemento estructural bajo ciertas condiciones de carga dadas. Asimismo, se revisó que el esfuerzo principal máximo no excediera el valor permisible de  $\sigma_{perm} = 24ksi$ , para el grado de acero que se usó. Finalmente, se determinó la forma del perfil de alas anchas que se debe usar para estas condiciones dadas de carga.

## **Agradecimientos**

El trabajo descrito en el presente artículo fue financiado por la beca otorgada por PRODEP. Asimismo, los autores le agradecen al Dr. Jorge Zuno Silva, quien es Director de la Escuela Superior de Ciudad Sahagún-UAEH, México, por todas las facilidades para concluir este trabajo de investigación.



## Referencias

- Norton, R. L. (2011). Diseño de Máquinas. Estado de México, México: Prentice Hall Hispanoamérica, S. A.
- Beer, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T. y Mazurek, D. F. (2013). Mecánica de Materiales. D. F., México: McGraw-Hill.
- Pytel, A. y Singer, F. L. (1994). Resistencia de materiales. D. F., México: Oxford University Press México S.A. de C.V.
- Shigley, J. E., and Mischke, C. R. (1989). Mechanical Engineering Design. New York, US: MacGraw-Hill.
- Madayag, A. F. (1969). Matal Fatigue: Theory and Design. New York, US: John Wiley & Sons.
- Dowling, N. E. (1993). Mechanical Behavior of Materials. New York-Englewood Cliffs, US: Prentice Hall.
- Juvinall, R. C., and Marshek, K. M. (1991). Fundamentals of Machine Component Design. New York, US: John Wiley & Sons.
- Norton, R. L. (1999). Design of Machinery: An Introduction tho the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Mechines. New York, US: McGraw-Hill.
- Juvinall, R. C., Marshek, K. M. (2013). Diseño de Elementos de Máquinas. Estado de México, México: Limusa.

[a] Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAEH, Tepeapulco, Hidalgo, México, [martin\\_ortiz@uaeh.edu.mx](mailto:martin_ortiz@uaeh.edu.mx), [0000-0003-4475-9804](tel:0000-0003-4475-9804);

[b] Estudiante, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAEH, Tepeapulco, Hidalgo, México, [fmedel5.7@gmail.com](mailto:fmedel5.7@gmail.com);

[c] Estudiante, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAEH, Tepeapulco, Hidalgo, México, [mo298963@uaeh.edu.mx](mailto:mo298963@uaeh.edu.mx);

[d] Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAEH, Tepeapulco, Hidalgo, México, [arturo\\_cruz8085@uaeh.edu.mx](mailto:arturo_cruz8085@uaeh.edu.mx), [0000-0003-0455-1646](tel:0000-0003-0455-1646);

[e] Licenciatura en Contaduría, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAEH, Tepeapulco, Hidalgo, México, [rlandero@uaeh.edu.mx](mailto:rlandero@uaeh.edu.mx);

[f] Licenciatura en Contaduría, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAEH, Tepeapulco, Hidalgo, México, [ssendy\\_2005@yahoo.com.mx](mailto:ssendy_2005@yahoo.com.mx);

[g] Licenciatura en Contaduría, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAEH, Tepeapulco, Hidalgo, México, [cruzd\\_r@hotmail.com](mailto:cruzd_r@hotmail.com);

[h] Licenciatura en Contaduría, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAEH, Tepeapulco, Hidalgo, México, [piedrinix@yahoo.com.mx](mailto:piedrinix@yahoo.com.mx);