

Estimación de la capa Fe₂B borurada mediante mínimos cuadrados difusos

Estimation of the Boride Fe₂B Layer by Fuzzy Least Square

Irving Morgado-González ^a, Martín Ortiz-Domínguez ^b, Edgar Cardoso-Legorreta ^c, Arturo Cruz-Avilés ^d

Abstract:

In the present study the growth kinetics of the boriding layer Fe₂B in AISI 9840 steel was evaluated by a fuzzy system based on the fuzzy recursive least square algorithm. The Fe₂B layer was experimentally formed on the surface of the material using the powder-pack boriding process at temperatures of 1123 – 1273 K with exposure times of 2, 4, 6 and 8 h. Gaussian membership functions with a center-average defuzzification, a product t-norm for the premise, and a product implication were proposed. The structure of the proposed fuzzy system is based on two membership functions for the input (time and temperature) and a delta function to predict the output given an input data-couple. The Fe₂B layer thickness results estimated by the fuzzy system show an average error of less than 1% for the four temperatures and four treatment times. The layers of Fe₂B were characterized by experimental techniques of: X-Ray Diffraction and Scanning Electron Microscopy.

Keywords:

Boriding, Growth kinetic, Fuzzy logic, Fuzzy recursive least square, Boride layer.

Resumen:

En el presente estudio se evaluó la cinética de crecimiento de la capa borurada Fe₂B en un acero AISI 9840 mediante un sistema difuso basado en el algoritmo de mínimos cuadrados recursivos difusos. La capa Fe₂B fue formada experimentalmente en la superficie del material usando el proceso de borurización de empaquetamiento en polvo a temperaturas de 1123 – 1273 K con tiempos de 2, 4, 6 y 8 h. Se propusieron funciones de pertenencia Gaussianas con defusificación de promedio-central, el producto de la t-norma para la premisa, y un producto de implicación. La estructura del sistema difuso propuesto está basada en dos funciones de pertenencias para la entrada (tiempo y temperatura) y una función delta para predecir la salida dada un par de datos de entrada. Los resultados del espesor de la capa Fe₂B estimadas por el sistema difuso muestran un error promedio menor al 1% para las cuatro temperaturas y cuatro tiempos de tratamiento. Las capas de Fe₂B se caracterizaron mediante técnicas experimentales de: Difracción de Rayos X y Microscopía Electrónica de Barrido.

Palabras Clave:

Borurización, Cinética de crecimiento, Lógica difusa, Mínimos cuadrados recursivos difusos, Capa borurada.

^a Autor de Correspondencia, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo-AACTyM, Email: imorgadog@hotmail.com;

^b Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Escuela Superior Ciudad Sahagún, ORCID:0000-0003-4475-9804, Email: martin_ortiz@uaeh.edu.mx;

^c Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo-AACTyM, Email: edgarc@uaeh.edu.mx;

^d Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Escuela Superior Ciudad Sahagún, ORCID:0000-0003-0455-1646, Email: arturo_cruz8085@uaeh.edu.mx;

Introducción

En los últimos 20 años, la cinética de crecimiento de la capa borurada Fe_2B ha sido estudiada por diferentes autores. 1-4

La cinética de crecimiento ha sido propuesta como un modelo determinístico que determine el coeficiente de difusión del boro en la fase Fe_2B mediante un perfil de concentración de boro. Estos modelos son una solución sustancial a las leyes de Fick y a las ecuaciones de balance de masa en el crecimiento de las fases.

Por ejemplo, se ha usado un modelo cinético para estimar la energía de activación del boro en un hierro Armco usando un proceso de borurización en gas. 5

Sin embargo, también se ha investigado la evolución de las capas FeB y Fe_2B en un acero AISI 1045 aplicando un modelo cinético. 6

En su trabajo se implementó la validación de su modelo por la comparación de los resultados experimentales con el estimado. Además, también se ha investigado la cinética de crecimiento de las capas FeB y Fe_2B así como la zona de difusión en un acero AISI 316 mediante el proceso de borurización en caja. 7. En su trabajo, se enfoca en el desarrollo de un modelo cinético para estimar los valores de energía de activación del boro, de igual manera propusieron una aproximación simple para estimar las expresiones de la ganancia en peso por unidad de superficie asociadas con la formación de la bicapa ($FeB+Fe_2B$) y la zona de difusión en la superficie del material.

No obstante, los modelos determinísticos son sensibles a los espesores de la capa borurada determinados experimentalmente, en algunos casos, esto resulta en una falta de información sobre los coeficientes de difusión de boro en las fases boruradas. Sin embargo, se han propuesto modelos de regresión para estimar el espesor de capa usando un software ANOVA para el análisis de datos para el proceso de borurización en pasta en un acero AISI 1018 a temperaturas de 800 a 1000 °C. 8

Por otra parte las tecnologías basadas en inteligencia artificial tales como las redes neuronales e incluyendo los sistemas difusos los cuales son dos métodos diferentes que trabajan con la incertidumbre debido a las fluctuaciones en las mediciones de un proceso. Las redes neuronales y los modelos por mínimos cuadrados han sido utilizados para analizar la cinética de crecimiento de la formación de la capa Fe_2B en un acero AISI 1045 mediante el proceso de borurización en pasta los cuales mostraron un error promedio de 5.31% por la red neuronal y un 3.42% para el método de mínimos cuadrados. Asimismo se han implementado sistemas difusos por el método Mamdani y Takagi-Sugeno para modelar la cinética de crecimiento de la capa Fe_2B en un acero AISI

1045 borurado en pasta, en los cuales quedo demostrado que el método de Mamdani obtuvo un error promedio 2.61% y el 3.62% para el método de Takagi-Sugeno. 9-11

El principal objetivo de este estudio es el desarrollo de un sistema difuso a través del algoritmo de mínimos cuadrados recursivos. El sistema difuso se aplica específicamente para estimar el espesor de la capa Fe_2B , se compara con un modelo de difusión determinístico y también de forma experimental con un acero AISI 9840 borurado a temperaturas de un rango de 1123 a 1273 K para los tiempos de tratamiento de (2, 4, 6 y 8 h).

Mínimos cuadrados recursivos difusos

En esta sección, se desarrolla un algoritmo de entrenamiento que minimiza la suma de los errores de coincidencia para todos los pares de entrada-salida hasta p , es decir, el objetivo es diseñar un sistema difuso $f(x)$ tal que:

$$J_p = \sum_{j=1}^p [f(x_0^j) - y_0^j]^2 \quad (1)$$

es minimizado. Además, se desea diseñar el sistema difuso de forma recursiva; es decir, si f_p es el sistema difuso diseñado para minimizar J_p , entonces f_p debe representarse como una función de f_{p-1} . Ahora se utiliza el algoritmo recursivo de mínimos cuadrados para diseñar el sistema difuso.

Los siguientes pasos describen como desarrollar un sistema difuso mediante la formulación del algoritmo de mínimos cuadrados recursivos:

Paso 1: Suponga que, $U = [\alpha_1, \beta_1] \times \dots \times [\alpha_n, \beta_n] \subset \mathbb{R}^n$.

Para cada $[\alpha_i, \beta_i]$ con $(i=1, 2, \dots, n)$, defina N_i conjuntos difusos $A_i^{l_i}$ con $(l_i=1, 2, \dots, N_i)$, los cuales están completamente en $[\alpha_i, \beta_i]$.

Paso 2: Construir el sistema difuso de los siguientes productos de reglas difusas IF-THEN $\prod_{i=1}^n N_i$:

$$\begin{aligned} \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^{l_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^{l_n}, \\ \text{THEN } y \text{ is } B^{l_1 \dots l_n} \end{aligned} \quad (2)$$

Donde $l_i = 1, 2, \dots, N_i$, con $i = 1, 2, \dots, n$ y $B^{l_1 \dots l_n}$ es cualquier conjunto difuso con centro en $\bar{y}^{l_1 \dots l_n}$ que se puede cambiar libremente. Específicamente, elegimos el sistema difuso con motor de inferencia de producto, fusificador singleton y defusificador de promedio central; es decir, el sistema difuso diseñado es:

$$f(x) = \frac{\sum_{l_1=1}^{N_1} \dots \sum_{l_n=1}^{N_n} \bar{y}^{l_1 \dots l_n} \left[\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right]}{\sum_{l_1=1}^{N_1} \dots \sum_{l_n=1}^{N_n} \left[\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right]} \quad (3)$$

donde $\bar{y}^{l_1 \dots l_n}$ son los parámetros libres que deben diseñarse, y $A_i^{l_i}$ se diseñan en el Paso 1. Recopile los parámetros libres $\bar{y}^{l_1 \dots l_n}$ en el vector dimensional $\prod_{i=1}^n N_i$, esto es:

$$\theta = (\bar{y}^{1 \dots 1}, \dots, \bar{y}^{N_1 1 \dots 1}, \bar{y}^{1 2 1 \dots 1}, \dots, \bar{y}^{N_1 N_2 1 \dots 1}, \dots, \bar{y}^{1 N_2 \dots N_n}, \dots, \bar{y}^{N_1 N_2 \dots N_n})^T \quad (4)$$

De esta forma podemos reescribir la Ec. (3) como:

$$f(x) = b^T(x) \theta \quad (5)$$

donde

$$b(x) = [b^{1 \dots 1}(x), \dots, b^{N_1 1 \dots 1}(x), b^{1 2 1 \dots 1}(x), \dots, b^{N_1 N_2 1 \dots 1}(x), \dots, b^{1 N_2 \dots N_n}(x), \dots, b^{N_1 N_2 \dots N_n}(x)]^T \quad (6)$$

$$b^{l_1 \dots l_n}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{N_1} \dots \sum_{l_n=1}^{N_n} \left[\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right]} \quad (7)$$

Paso 3: Elegir los parámetros iniciales $\theta(0)$ de la siguiente manera: si hay reglas lingüísticas de expertos humanos (conocimiento consciente) cuyas partes de IF concuerdan con las partes de IF de la Ec. (2), entonces elija $\bar{y}^{l_1 \dots l_n}(0)$ para ser los centros de la parte de THEN conjuntos difusos en estas reglas lingüísticas; de lo contrario, elija $\theta(0)$ arbitrariamente en el espacio de salida $V \subset \mathbb{R}$ (por ejemplo, elija $\theta(0) = 0$ o los elementos de $\theta(0)$ distribuidos uniformemente sobre V). De esta manera, podemos decir que el sistema difuso inicial se construye a partir del conocimiento humano consciente.

Paso 4: Para $p = 1, 2, \dots, n$ calcular los parámetros θ usando el siguiente algoritmo de mínimos cuadrados recursivo:

$$\theta(p) = \theta(p-1) + K(p) [y_0^p - b^T(x_0^p) \theta(p-1)] \quad (8)$$

$$K(p) = P(p-1) b(x_0^p) [b^T(x_0^p) P(p-1) b(x_0^p) + 1]^{-1} \quad (9)$$

$$P(p) = P(p-1) - P(p-1) b(x_0^p) [b^T(x_0^p) P(p-1) b(x_0^p) + 1]^{-1} b^T(x_0^p) P(p-1) \quad (10)$$

donde $\theta(0)$ es elegido en el paso 3, y $P(0) = \sigma I$ donde σ es una constante grande.

El sistema difuso diseñado tiene la forma de (ver Ec. (3)) con los parámetros $\bar{y}^{l_1 \dots l_n}$ iguales a los elementos correspondientes en $\theta(p)$. El algoritmo de mínimos cuadrados recursivos Ec. (8)-(10) es obtenido para minimizar J_p de la Ec. (1) con $f(x_0^j)$ en forma de (ver Ec. (3)). 12

La Figura 1 muestra el esquema de identificación por mínimos cuadrados difusos propuesto para este estudio.

Modelo de difusión

El presente modelo de difusión fue verificado experimentalmente, haciendo una comparación entre los valores del espesor de capa Fe₂B y los valores estimados por el sistema difuso.

$$v = \sqrt{\frac{D_{Fe_2B} t_v}{\eta}} \quad (11)$$

donde D_{Fe_2B} es el coeficiente de difusión del boro en la fase Fe₂B, $\eta = 150.166$, t_v es el tiempo efectivo de formación de capa, que no es más que la diferencia del tiempo transcurrido de tratamiento y el tiempo de incubación esto es:

$$t_v = t - t_0 \quad (12)$$

con $t_0 = 1974$ s.

Por otra parte la dependencia de la temperatura del coeficiente de difusión del boro de la Ec. 11 en la capa Fe₂B, puede ser expresada por la ecuación tipo-Arrhenius en un rango de temperaturas de 1123 a 1273 K como se muestra a continuación:

$$D_{Fe_2B} = 0.0218206 \exp\left(\frac{-193084 \text{ Jmol}^{-1}}{RT}\right) \quad (13)$$

donde $R=8.314\text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$ y T es la temperatura absoluta en Kelvin.

En la Tabla 1 se muestran los coeficientes de difusión obtenidos a partir de la ecuación (13) a diferentes temperaturas para un acero AISI 9840.

| Temperatura absoluta (K) | Coefficiente de difusión D_{Fe_2B} |
|--------------------------|--------------------------------------|
| 1123 | $2.27789e^{-11}$ |
| 1173 | $5.50008e^{-11}$ |
| 1223 | $1.23567e^{-11}$ |
| 1273 | $2.60508e^{-11}$ |

Tabla 1. Coeficientes de difusión a diferentes temperaturas absolutas. (Elaboración propia)

Procedimiento experimental

Tratamiento termoquímico de borurización

Las muestras de acero AISI 9840, empleadas en esta investigación, cuya composición química es 0.40% C, 0.80% Mn, 0.035% P_{max}, 0.40% S_{max}, 0.28% Si, 0.80% Cr, 1.00% Ni, 0.25% Mo, fueron seccionadas en cubos con dimensiones de 5 mm x 5 mm x 5 mm. Las muestras se colocaron en un contenedor cilíndrico fabricado de acero AISI 316L como se muestra en la Figura 2, utilizando como medio borurante Ekabor®. El tratamiento de borurización fue llevado a cabo a temperaturas de un rango de 1123 a 1273 K con tiempos de tratamiento de 2, 4, 6 y 8 h y al final del tratamiento las muestras se enfriaron a temperatura ambiente.

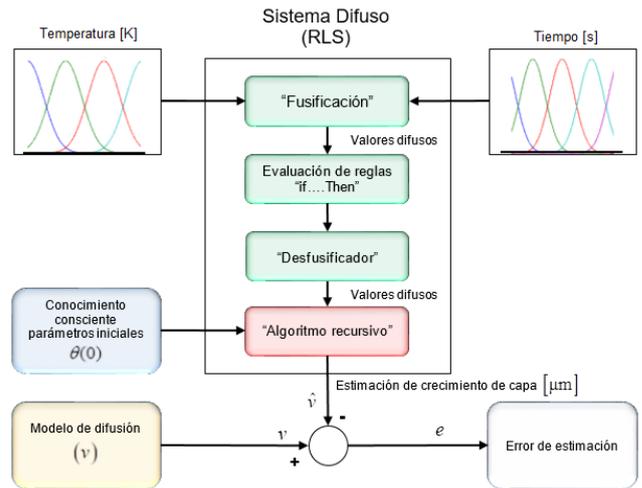


Figura 1. Esquema de identificación de mínimos cuadrados recursivos difusos para el proceso de borurización base polvo. (Elaboración propia)

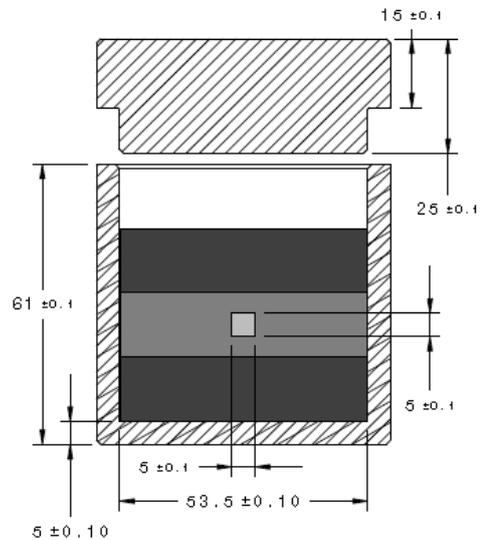


Figura 2. Representación esquemática del contenedor de acero AISI 306L empleado para el tratamiento termoquímico de borurización. (Elaboración propia)

Caracterización de la capa borurada

Las muestras boruradas fueron seccionadas con una máquina de precisión de corte LECO VC-50. Para la preparación metalográfica, las muestras se desbastaron con papel de lija de carburo de silicio (SiC) desde el grado 80 hasta 2500 y pulidas con pasta de diamante de 3µm. El espesor de la capa borurada Fe₂B fue determinada mediante un microscopio metalográfico marca Olympus GX51, en la cual se destaca la morfología columnar de la capa borurada, muy característica de aceros de bajo o medio carbono borurados.13

La apariencia permite intuir la presencia de una capa de boruros, posiblemente Fe₂B. 13-15. La presencia de los boruros formados en la capa borurada se determinó por difracción de rayos X (XRD) usando radiación CoK_α con $\lambda = 1.78 \text{ \AA}$ (ver Figura 3).

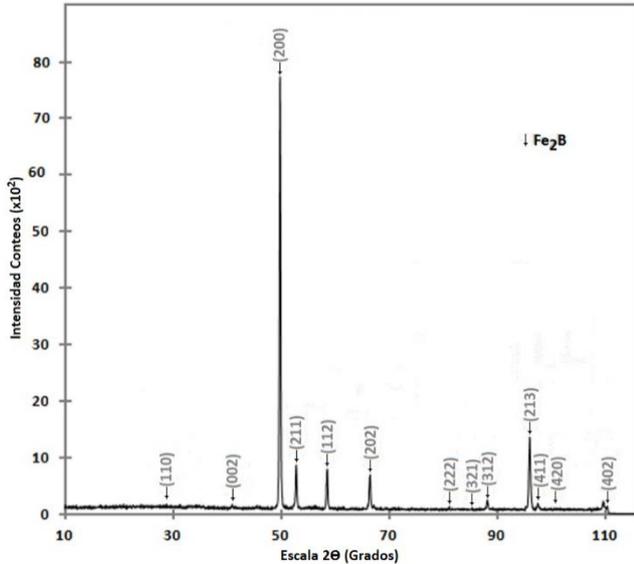


Figura 3. Patrón de difracción para un acero AISI 9840 borurado a 1273 K para un tiempo de tratamiento de 8 h. (Elaboración propia)

Sistema difuso

El esquema de identificación de mínimos cuadrados recursivos difusos (ver Figura 1) fue programado en un script con ayuda del software MATLAB 13.0, dentro de un script, se pueden hacer bucles sobre ciertas secciones del código en las cuales son de gran ayuda para realizar cálculos iterativos como es el caso del algoritmo recursivo de mínimos cuadrados junto con las funciones de pertenencia de cada entrada. Las reglas "IF-THEN" fueron creadas a partir de las funciones de pertenencia de las variables de entrada para diseñar el comportamiento del sistema difuso. La evaluación de dichas reglas fue hecha con defusificación de promedio-central, el producto de la t-norma para la premisa, y un producto de implicación, como se muestra en la Ec. (14).

$$f(x|\theta) = \frac{\sum_{i=1}^R b_i \prod_{j=1}^n \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_j - c_j^i}{\sigma_j^i}\right)^2\right]}{\sum_{i=1}^R \prod_{j=1}^n \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_j - c_j^i}{\sigma_j^i}\right)^2\right]} \quad (14)$$

Donde R es el número de reglas en la base de reglas, n es el número de entradas por par de entrada, x_j es la j -

ésima variable de entrada, c_j es el j -ésimo centro de la función de pertenencia (es decir donde la función de pertenencia alcanza su máximo valor), σ_j es una constante relacionada con la propagación de la j -ésimo función de pertenencia. Por último el símbolo θ es un vector que incluye los parámetros de la función de pertenencia para la base de reglas c_i , σ_i y b_i respectivamente.

Resultados y discusiones

En la Figura 4 se muestran las funciones de pertenencia para las variables de entrada para el sistema difuso las cuales son la temperatura y el tiempo de tratamiento. Se propusieron cinco funciones de pertenencia para la variable tiempo en las cuales se asignaron las siguientes variables lingüísticas como: 1) 0 h – nada, 2) 2 h – bajo, 3) 4 h – normal, 4) 6 h – alto, 5) 8 h – muy alto. De manera similar, la temperatura de tratamiento fue evaluada con cuatro funciones de pertenencia con las siguientes etiquetas: 1) 1123 K – bajo, 2) 1193 K – normal, 3) 1223 K – alto, 4) 1273 K – muy alto. La Figura 5 muestra los crecimientos de capa Fe₂B a partir del modelo de difusión descrito en la Ec. (11) donde se muestran diferentes crecimientos de capa para los valores de temperatura en un rango de 1123 a 1273 K, con un tiempo efectivo de formación de capa variable t_v de 2, 4, 6 y 8 h. [7200, 14400, 21600, 28800 s] respectivamente.

El esquema de identificación para el crecimiento de capa Fe₂B de un acero AISI 9840 por mínimos cuadrados difusos (ver Figura 1), representa un sistema de múltiple entrada-simple salida (MISO por sus siglas en inglés) el cual está formando un total de 20 reglas difusas que son generadas por el producto de las particiones de las entradas difusas (tiempo y temperatura).

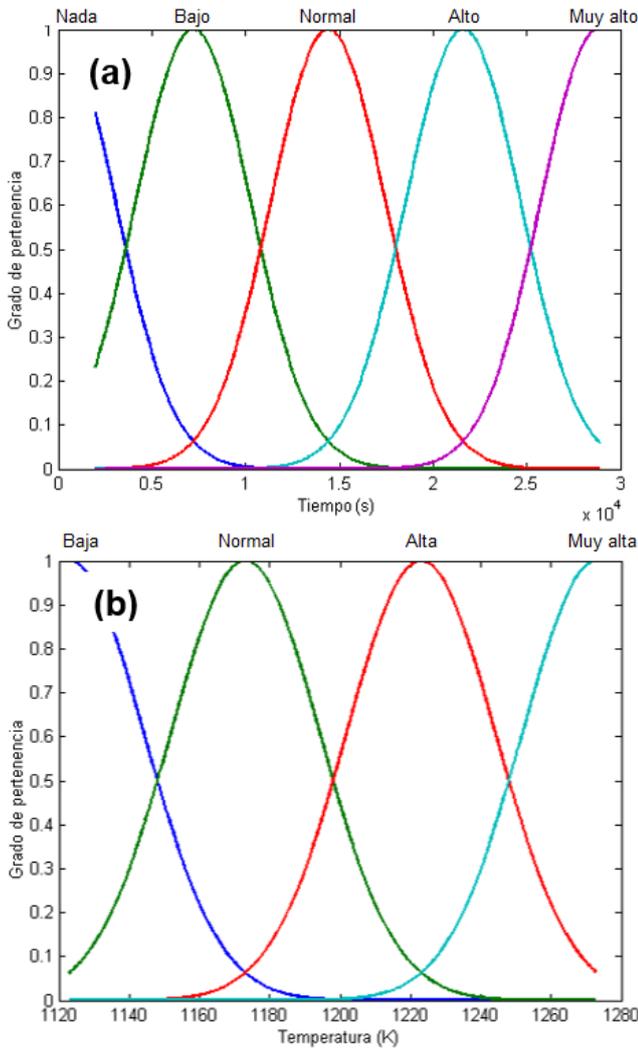


Figura 4. Funciones de pertenencia Tipo-Gaussianas donde (a) Variable de tiempo de tratamiento en segundos con centros equivalentes en 0, 2, 4, 6 y 8 h., (b) Variable de temperatura de tratamiento con centros en 1123, 1173, 1223 y 1273 K.

(Elaboración propia)

En la Figura 6 se muestra la estimación del crecimiento de capa Fe_2B para una temperatura constante de 1123 K obtenidas por el modelo de difusión determinístico de la Ec. (11). Los parámetros iniciales del sistema difuso se construyeron a partir del conocimiento humano consciente que se muestra en la Tabla 2 (donde $i=1,2,3,\dots,20$), así mismo el valor inicial de la matriz de covarianza $P(0)=\sigma I$ se eligió de forma experimental para tener una mejor estimación con $\sigma=12.902$. (Donde I es una matriz identidad de dimensión de $[20 \times 20]$).

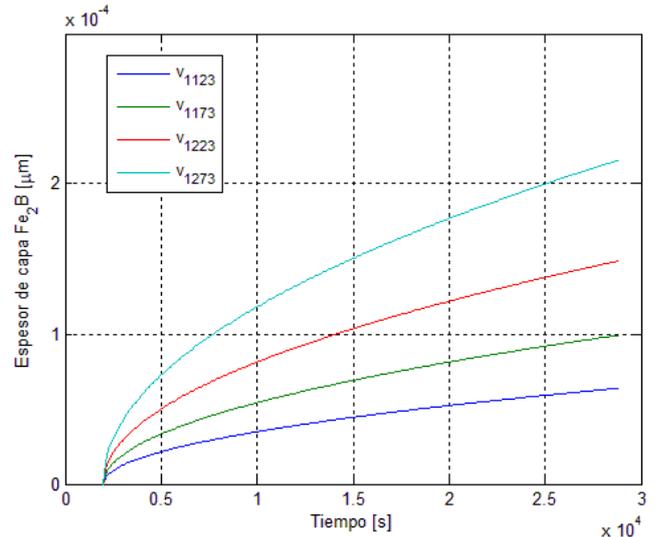


Figura 5. Crecimiento de capa Fe_2B parabólico del modelo de difusión con temperatura de tratamiento constante (1123, 1173, 1223 y 1273 K) y tiempo de tratamiento variable.

(Elaboración propia)

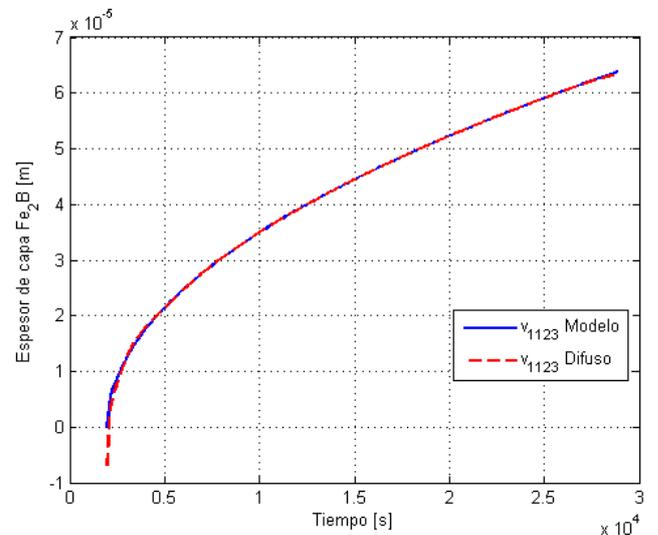


Figura 6. Estimación difusa de crecimiento de capa Fe_2B para una temperatura constante de 1123 K.

(Elaboración propia)

Por otra parte, la Figura 7 se muestra el error de estimación de la capa a una temperatura constante de tratamiento de 1123 K correspondiente a la Figura 6, donde el algoritmo recursivo diseñado trata de minimizar el error de predicción, teniendo como resultado un máximo error de 3.051 micras, y un error mínimo de -0.4706 micras. Asimismo, el error en estado transitorio fue de 25.38 nanómetros disminuyendo hasta ± 1.361 nanómetros en estado estacionario.

| Índice de Parámetro i | Valor (m) | Índice de Parámetro i | Valor (m) |
|-------------------------|------------|-------------------------|-------------|
| θ_1 | 1.1966e-06 | θ_{11} | -1.5123e-06 |
| θ_2 | 3.6866e-06 | θ_{12} | -0.0003 |
| θ_3 | 0.0002 | θ_{13} | 1.1672e-05 |
| θ_4 | 6.3298e-06 | θ_{14} | 3.7592e-05 |
| θ_5 | 1.0272e-07 | θ_{15} | 7.1942e-05 |
| θ_6 | 0.0002 | θ_{16} | 9.9899e-08 |
| θ_7 | 2.2513e-05 | θ_{17} | 8.2959e-07 |
| θ_8 | 4.7936e-05 | θ_{18} | -0.0002 |
| θ_9 | 0.0002 | θ_{19} | 7.6902e-05 |
| θ_{10} | 7.9545e-05 | θ_{20} | 4.6957e-05 |

Tabla 2. Vector de parámetros iniciales $\theta_i(0)$ para estimar el crecimiento de capa Fe_2B con una temperatura de proceso de 1123 K.

(Elaboración propia)

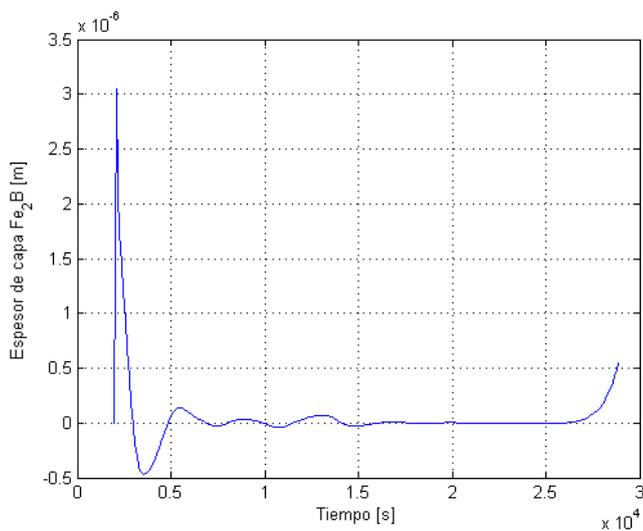


Figura 7. Error de estimación difusa de crecimiento de capa Fe_2B para una temperatura constante de 1123 K.

(Elaboración propia)

En este estudio, la evaluación del sistema difuso con respecto a los valores experimentales fue hecha a temperaturas de un rango de 1123 a 1273 K con tiempos de 2, 4, 6 y 8 h. La Figura 8, muestra las fotomicrografías obtenidas con la técnica de microscopía electrónica de barrido de la sección transversal de las muestras boruradas del acero AISI 9840 a la temperatura de 1173 K, para diferentes tiempos de tratamiento: (a) 2 h, (b) 4 h, (c) 6 h y (d) 8 h.

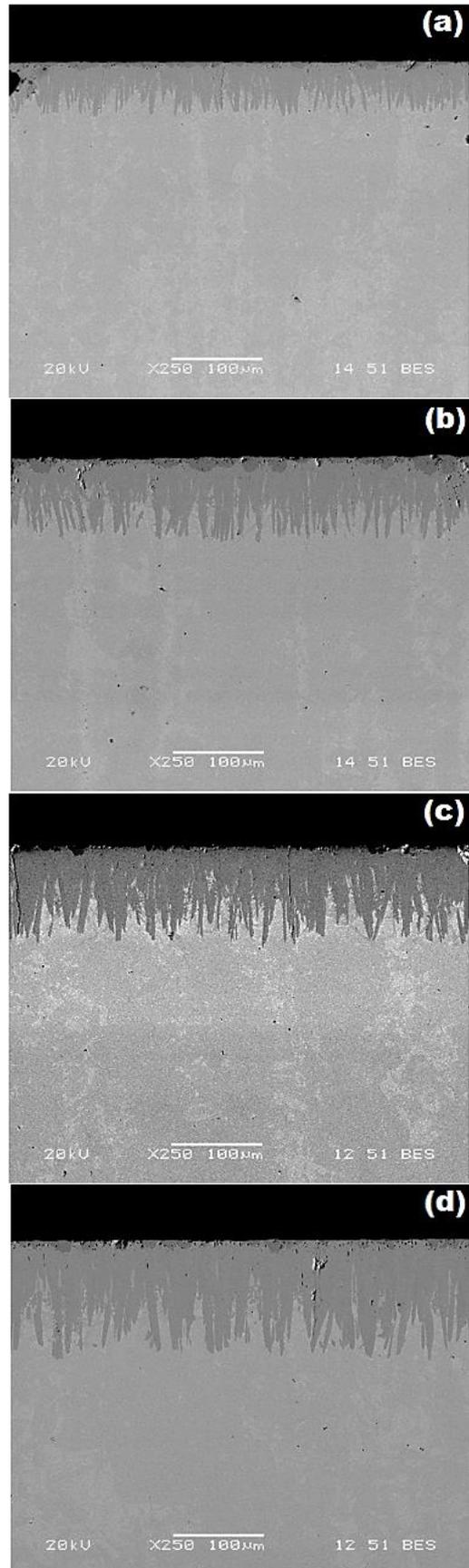


Figura 8. Fotomicrografías en la sección transversal de las muestras boruradas del acero AISI 9840 a la temperatura de 1173 K durante diferentes tiempos de

tratamiento: (a) 2 h, (b) 4 h, (c) 6 h, y (d) 8 h. Amplificación 250x.

(Elaboración propia)

En particular la capa borurada en un acero AISI 9840 presenta una morfología aserrada, esto es debido a la composición química del sustrato. Los frentes de crecimiento tienden a ser más planos cuando elementos como Cr, Ni, Mo, y otros elementos están presentes, los cuales inhiben la fase de crecimiento.

De la misma manera cabe mencionar que el algoritmo del sistema difuso propuesto puede adaptarse en el script de Matlab para generar la estimación de forma paralela para las cuatro temperaturas de tratamiento al mismo tiempo, teniendo las mismas particiones de las funciones de pertenencia de las variables de entrada, el mismo valor inicial de la matriz de covarianza, pero generando 4 vectores de regresión (parámetros iniciales) diferentes para cada una de las temperaturas. En la Figura 9 se muestran las estimaciones del sistema difuso para las temperaturas de 1173, 1223 y 1273 K respectivamente. Asimismo, se muestra en la Figura 10 los errores de estimación para cada uno de los crecimientos de capa.

La Tabla 3 compara los crecimientos de espesores de capa Fe₂B del modelo de difusión de la Ec. (11) (obtenidos a 1123 – 1273 K, con tiempos de 2, 4, 6 y 8 h) y los valores estimados del sistema difuso de la Ec. (14).

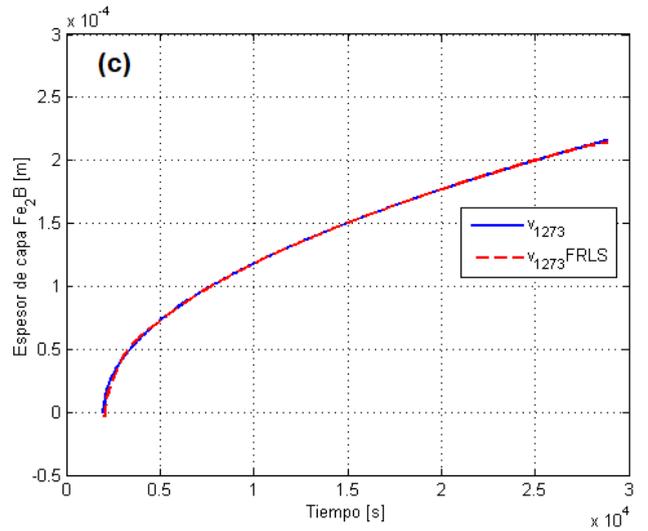
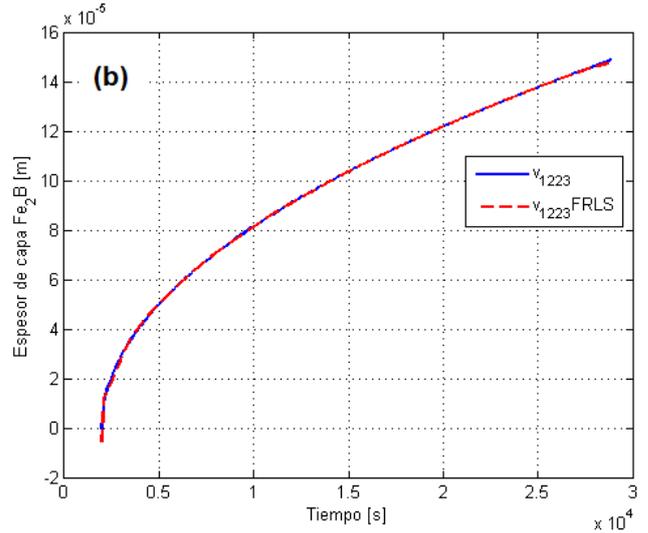
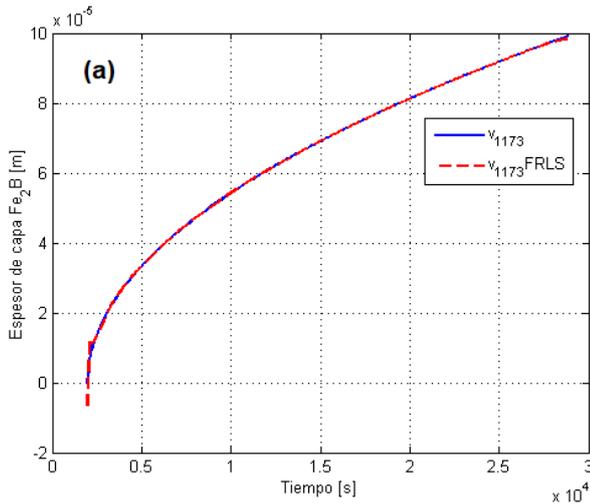


Figura 9. Estimación difusa del crecimiento de capa Fe₂B para el rango de temperaturas constantes de: (a) 1173 K, (b) 1223 K y (c) 1273 K para un acero AISI 9840 borurado. (Elaboración propia)

| Tiempo de tratamiento [h] | 1123 K | | | 1173 K | | | 1223 K | | | 1273 K | | |
|---------------------------|------------|------------|-----------|------------|------------|-----------|------------|------------|-----------|------------|------------|-----------|
| | Modelo | RLS Difuso | Error (%) |
| 2 | 2.8354e-05 | 2.8379e-05 | 0.0882 | 4.4059e-05 | 4.4147e-05 | 0.1997 | 6.6039e-05 | 6.6091e-05 | 0.0787 | 9.5887e-05 | 9.5797e-05 | 0.0939 |
| 4 | 4.3544e-05 | 4.3567e-05 | 0.0528 | 6.7663e-05 | 6.7694e-05 | 0.0458 | 1.0141e-04 | 1.0146e-04 | 0.0493 | 1.4725e-04 | 1.4732e-04 | 0.0475 |
| 6 | 5.4665e-05 | 5.4667e-05 | 0.0037 | 8.4943e-05 | 8.4946e-05 | 0.0035 | 1.2732e-04 | 1.2732e-04 | 0.0000 | 1.8486e-04 | 1.8487e-04 | 0.0054 |
| 8 | 6.3878e-05 | 6.3327e-05 | 0.8626 | 9.9260e-05 | 9.8403e-05 | 0.8634 | 1.4877e-04 | 1.4749e-04 | 0.8604 | 2.1602e-04 | 2.1416e-04 | 0.8610 |

Tabla 3. Comparación de los valores del modelo de difusión para el espesor de la capa Fe₂B (obtenidos para cuatro tiempos de tratamiento y cuatro temperaturas para el proceso de borurización) y los valores estimados por el sistema difuso con las mismas condiciones de borurización.

(Elaboración propia)

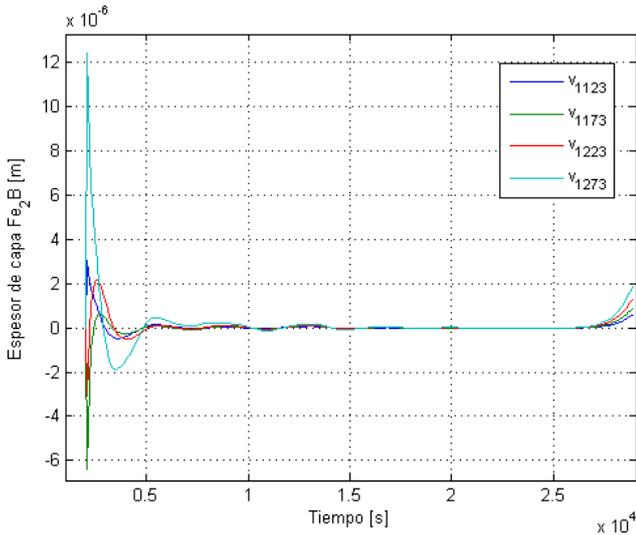


Figura 10. Error de estimación difusa de crecimiento de capa Fe_2B para el rango de temperaturas constantes de 1123–1273 K. (Elaboración propia)

Conclusiones

El uso de un sistema difuso basado en el algoritmo de mínimos cuadrados difusos para modelar el crecimiento de espesor de capa en la fase Fe_2B representa una confiabilidad adecuada para el proceso de borurización. La diferencia entre el modelo de difusión y el sistema difuso desarrollado presenta un error promedio menor al 1.00% para las cuatro temperaturas y los cuatro tiempos del tratamiento de borurización. La implementación de la inteligencia artificial es de gran ayuda para estimar modelos determinísticos en los cuales se es posible disminuir el error y así obtener un modelo equivalente a partir de conocimiento humano que se pueda usar como una herramienta para optimizar los parámetros de borurización en el crecimiento de la fase Fe_2B en aplicaciones industriales. El presente sistema difuso puede ser extendido para una configuración bicapa ($FeB+Fe_2B$) que sea capaz de estimar los coeficientes de difusión del boro en la fase FeB y en la fase Fe_2B para cualquier acero borurado.

Nomenclatura

U = Universo de discurso.

v = Espesor de capa borurada (m).

D_{Fe_2B} = Coeficiente de difusión del boro (m^2/s)

$f(x)$ = Sistema difuso.

$B^{l_1 \dots l_n}$ = Cualquier conjunto difuso de salida.

$\bar{y}^{l_1 \dots l_n}$ = Cualquier centro del conjunto difuso de salida.

$P(0)$ = Matriz de covarianza inicial.

$\theta(0)$ = Vector de parámetros iniciales (conocimiento consistente).

$P(p)$ = Matriz de covarianza evaluada en el paso $p = 1, 2, \dots, n$.

$\theta(p)$ = Vector de parámetros evaluada en el paso $p = 1, 2, \dots, n$.

t_v = Tiempo efectivo de formación de capa.

t_0 = Tiempo de incubación.

c_j^i, σ_j^i = Parámetros de entrada de la base de reglas.

N_i = Conjunto difuso.

$\mu_{A_i^l}$ = Funciones de pertenencia de entrada.

x_0^p, y_0^p = Par de datos entrada-salida.

b_i = Valor de pertenencia.

A_i^l = Elección del tipo de función de pertenencia

Conflicto de intereses

El autor declara que no existe conflicto de intereses con respecto a la publicación de este documento.

Referencias

- [1] Brakman C M, Gommers A W J, Mittemeijer E J. Boriding Fe and Fe-C, Fe-Cr, and Fe-Ni alloys; Boride-layer growth kinetics. *J. Mater. Res.* 1989; 4:1354-1370.
- [2] Keddad M. A kinetic model for the borided layers by the paste-boriding process. *Applied Surface Science.* 2004; 236: 451-455.
- [3] Genel K, Ozbek I, Bindal C, Kinetic of boriding of AISI W1 steel. *Materials Science and Engineering.* 2003; A347: 311-314.
- [4] Ortiz Domínguez M. Contribución de la Modelación Matemática en el Tratamiento Termoquímico de Borurización [thesis]. México: SEPI-ESIME from the Instituto Politécnico Nacional; 2013.
- [5] Kulka M, Makuch N, Pertek A, Maldzinski L. Simulation of the growth kinetics of boride layers formed on Fe during gas boriding in H_2-BCl_3 atmosphere. *Journal of Solid State Chemistry.* 2013; 199:196-203.
- [6] Campos-Silva I, Flores-Jiménez M, Bravo-Bárceñas D, Balmori-Ramírez H, Andraca-Adame J, Martínez-Trinidad J, Meda-Campaña J A, Evolution of boride layers during a diffusion annealing process. *Surface and Coatings Technology.* 2017; 309: 155-163. DOI: 10.1016/j.surfcoat.2016.11.054.
- [7] Campos-Silva I, Ortiz-Domínguez M, Bravo-Bárceñas O, Doñu-Ruiz M A, Bravo-Bárceñas D, Tapia-Quintero C, Jiménez-Reyes M Y, Formation and kinetics of FeB/Fe_2B layers and diffusion zone at the surface of AISI 316 borided steels. *Surface and Coatings Technology.* 2010; 205(2): 403-412.

- [8] VillaVelázquez-Mendoza C I, Rodríguez-Mendoza J L, Ibarra-Galván V, Hodgkins R P, López-Valdivieso A, Serrato-Palacios L L, Leal-Cruz A L, Ibarra-Junquera V, Effect of substrate roughness, time and temperature on the processing of iron boride coatings: experimental and statistical approaches. *International Journal of Surface Science and Engineering*. 2014; 8(1): 71-91. DOI: 10.1504/IJSURFSE.2014.059315.
- [9] Genel K, Ozbek I, Kurt A, Bindal C, Boriding response of AISI W1 steel and use of artificial neural network for prediction of borided layer properties. *Surface and Coatings Technology*. 2002; 160: 38-43. DOI: 10.1016/S0257-8972(02)00400-0.
- [10] Campos I, Islas M, Ramírez G, VillaVelázquez C, Mota C, Growth kinetics of borided layers: Artificial neural network and least square approaches. *Applied Surface Science*. 2007; 253: 6226-6231. DOI: 10.1016/j.apsusc.2007.01.070.
- [11] Campos I, Islas M, González E, Ponce P, Ramírez G, Use of fuzzy logic for modeling the growth of Fe₂B boride layers during boronizing. *Surface and Coatings Technology*. 2006; 201: 2717-2723. DOI: 10.1016/j.surfcoat.2006.05.016.
- [12] Li-Xin, W. *A Course In Fuzzy Systems and Control* (International ed.). Prentice-Hall International, Inc; 1997, p. 180-183.
- [13] Hernández A. Análisis fractal, simulación y predicción del crecimiento de interfaces complejas obtenidas por borurado. [Tesis de Pregrado]. México: Instituto Politécnico Nacional; 2010.
- [14] Bravo D. Formación y caracterización de capas duras en aceros AISI 1045. [Tesis]. México: Instituto Politécnico Nacional; 2010.
- [15] Bravo O. Endurecimiento superficial de una aleación base Fe-Cr-Ni cinética de crecimiento y caracterización mecánica de las capas boruradas [Tesis]. México: Instituto Politécnico Nacional; 2010.