

Módulo de rigidez del resorte helicoidal

Modulus of rigidity of the helical spring

Martín Ortiz-Domínguez ^a, Arturo Cruz-Avilés ^b

Abstract:

In this laboratory practice, the constant of the helical spring in a mass-spring system is determined through the differential equation of the simple harmonic oscillator, in order to know the modulus of rigidity of the helical spring.

Keywords:

Helical spring, harmonic oscillator, modulus of rigidity, Hooke's law, Newton's law.

Resumen:

En la presente práctica de laboratorio se determina la constante del resorte helicoidal en un sistema masa-resorte, a través de la ecuación diferencial del oscilador armónico simple, para conocer el módulo de rigidez del resorte helicoidal.

Palabras Clave:

Resorte helicoidal, oscilador armónico, módulo de rigidez, ley de Hooke, ley de Newton

Introducción

El **módulo de rigidez al cortante** describe la respuesta de un material ante la aplicación de un esfuerzo cortante que lo deforma. Otras denominaciones de uso frecuente para el módulo de corte son módulo de cizalla, cizalladura, de elasticidad transversal o de elasticidad tangencial. El módulo de rigidez al cortante, es un parámetro de interés en la Ingeniería Estructural, Automotriz, aunque también resulta de interés para la Ingeniería Geotécnica, sobre todo en Dinámica de Suelos. Para deducir el módulo de rigidez (G), es necesario considerar el esquema de un sistema masa-resorte helicoidal como se presenta en la Figura 1.

(Christensen, 2004; Nunes da Silva, 1994; Rao, 2012; Sofronas, 2012; Russell Johnston, et al., 2012)

^a Autor de Correspondencia, Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UA EH, Tepeapulco, Hidalgo, México, ORCID: 0000-0003-4475-9804, Email: martin_ortiz@uaeh.edu.mx;

^b Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UA EH, Tepeapulco, Hidalgo, México, ORCID: 0000-0003-0455-1646, Email: arturo_cruz8085@uaeh.edu.mx;

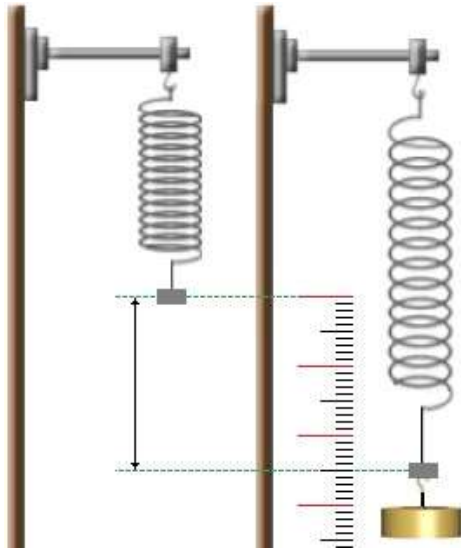


Figura 1. Esquema de la deformación de un resorte helicoidal.

Fuente: Elaboración propia.

Objetivo general

Determinar la constante del resorte helicoidal en un sistema masa-resorte, a través de la ecuación diferencial del oscilador armónico simple, para conocer el módulo de rigidez del resorte helicoidal.

Objetivos específicos

- Implementar la ecuación diferencial del oscilador armónico simple, a través de la segunda ley de Newton y la ley de Hooke para resortes, para conocer la solución a partir de la regla de la cadena y separación de variables.
- Determinar la constante del resorte helicoidal (k), a través del gráfico fuerza vs deformación, para conocer el módulo de rigidez.

Aplicaciones prácticas

Suspensión automotriz

Un resorte amortigua los efectos de las irregularidades y los impactos de la carretera, convirtiéndolos en vibraciones. El resorte forma un vínculo importante entre los componentes individuales de la suspensión, conectando las masas suspendidas y no suspendidas en el vehículo (ver Figura 2). Las masas no suspendidas incluyen los componentes del vehículo situados entre la carretera y el resorte, es decir, las ruedas, el freno y partes de la suspensión y dirección de la rueda. Todos los demás componentes del vehículo se clasifican como

masas de resorte e incluyen la carrocería del automóvil, el tren de transmisión y las partes restantes de la suspensión y dirección de la rueda. En términos de la comodidad de la suspensión de un automóvil, la regla básica es que cuanto menor es la relación de masa no suspendida de los resortes, mayor es la comodidad.



Figura 2. Suspensión automotriz.

Fuente: Elaboración propia.

Actuadores neumáticos

Los actuadores neumáticos son mecanismos que convierten la energía del aire comprimido en trabajo mecánico (ver Figura 3). El cilindro de simple efecto presenta una entrada de aire para producir una carrera de trabajo en un solo sentido (el émbolo se hace retornar por medio de un resorte helicoidal interno); se utiliza para inmovilizar, marcar, sujetar, expulsar, etc.



Figura 3. Actuador neumático.

Fuente: Elaboración propia.

Resorte de válvulas

Los ciclos de carga del resorte de válvulas que soporta, hacen que en su fabricación deba tenerse en cuenta la resistencia a la fatiga (ver Figura 4). Se trata de fatiga a la torsión, y la importancia de la elección de los aceros

para su construcción, los aceros al carbono, y los aceros aleados.

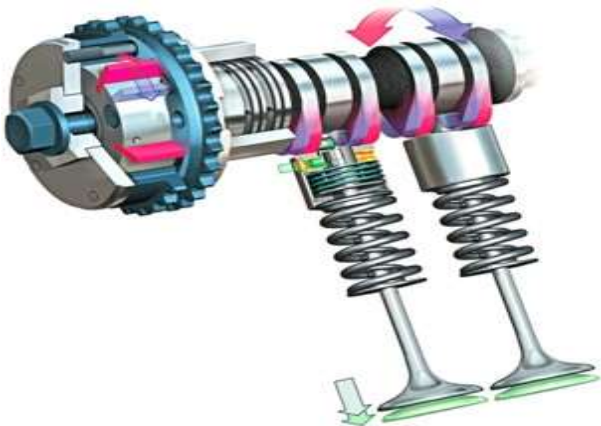


Figura 4. Resorte de válvulas.
Fuente: Elaboración propia.

Sin duda, el resorte de válvulas debe resistir; tensiones notables en especial un alto número de rpm, a la que se debe agregar, debido a la frecuencia de accionamiento, el riesgoso efecto de la fatiga. En el aplastamiento, el alambre de resorte se ve sometido a una acción de torsión en toda su helicoide pero cuando deja de estar aplastado, el alambre recupera su forma original. Se sabe que estos ciclos de recuperación y deformación, significan una fatiga por torsión extraordinaria, llegando a valores próximos a la rotura. Normalmente para los resortes de motores de gran serie, se usan los aceros al carbono, y para los motores de uso deportivo y de competencia, los aceros aleados como los de cromo-silicio, y otras aleaciones especiales, aptas para la fatiga en caliente, por lo que conocer el módulo de rigidez se vuelve fundamental.

Teoría

Movimiento armónico simple

El término armónico se aplica en general a las expresiones que contienen términos con las funciones seno y coseno. Para que un bloque realice un movimiento oscilatorio armónico simple debe estar sometida solo a la acción de una fuerza restauradora proporcional al desplazamiento. Si se le comunica una energía inicial al bloque se le libera, ejecutará un movimiento de oscilación libre lineal alrededor de la posición de equilibrio. El ejemplo, prototipo o modelo, más sencillo de un oscilador armónico simple es el sistema masa-resorte sujeto a una pared como se presenta en la Figura 6 y teniendo en cuenta las siguientes idealizaciones:

Pared: La pared es rígida y está fija en el espacio.

Masa: El bloque está sometido solo a la acción recuperadora producida por el resorte. No actúa sobre el ningún otro tipo de fuerza, en particular se desprecian, comparadas con la del resorte y la resistividad viscosa del aire.

Resorte helicoidal: La masa del resorte helicoidal es despreciable comparada con la masa del bloque, se asume que no tiene masa. No existen fricciones internas o externas en el resorte que produzcan acciones disipativas. La relación elástica de fuerza vs. deformación del resorte es exactamente lineal, es decir, obedece la Ley de Hooke, por lo tanto, las deformaciones del resorte helicoidal deben ser relativamente pequeñas para que no se produzcan efectos permanentes y la relación elástica con la fuerza sea en todo momento estrictamente lineal.

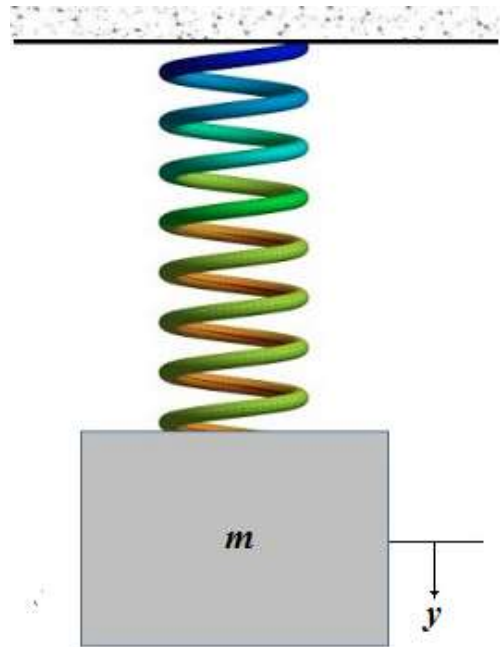


Figura 5. Oscilador armónico simple: Sistema masa-resorte.

Fuente: Elaboración propia.

Si la constante de rigidez elástica del resorte es k y el desplazamiento y del bloque se mide a partir de la posición relajada del resorte (sin estirar, ni comprimir), la fuerza restauradora que ejerce sobre el bloque es:

$$F = -ky \quad (1)$$

Aplicando la ley de Newton se obtendrá la ecuación diferencial del movimiento del oscilador armónico simple.

Igualando la ley de Hooke ($F = -ky$) con la segunda ley Newton ($F = m\ddot{y}$), en una dimensión se tiene:

$$m\ddot{y} = -ky \quad (2)$$

$$m\ddot{y} + ky = 0 \quad (3)$$

$$\frac{m\ddot{y}}{m} + \frac{ky}{m} = \frac{0}{m} \quad (4)$$

Como m y k son cantidades constantes características del sistema en este caso particular del oscilador masa-resorte y teniendo en cuenta que en la ecuación diferencial aparece el cociente entre ellas (k/m), podemos definir una nueva cantidad constante:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad (5)$$

La definición de la Ec. (5), se puede reescribir la Ec. (4) con una sola constante, es decir:

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0 \quad (6)$$

La Ec. (6) corresponde a las llamadas ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden lineales con coeficientes constantes, que se presentan repetidas veces en el estudio de las Vibraciones Mecánicas. Para el caso particular del oscilador armónico simple, se considera a la Ec. (6), es decir:

$$\ddot{y} = -\omega_0^2 y \quad (7)$$

Considerando que la aceleración se puede expresar de la siguiente manera:

$$\ddot{y} = \frac{dv}{dy} \frac{dy}{dt} = \frac{dv}{dy} v \quad (8)$$

Sustituyendo la Ec. (8) en la Ec. (7), se tiene:

$$\frac{dv}{dy} v = -\omega_0^2 y \quad (9)$$

Separando las variables e integrando la Ec. (9), se llega a:

$$\int_{v=v_0}^{v=v} v dv = -\omega_0^2 \int_{y=y_0}^{y=y} y dy \quad (10)$$

$$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = -\frac{1}{2}\omega_0^2(y^2 - y_0^2) \quad (11)$$

Considerando que en $t=0$: $y = y_0$ y $v = v_0$. Despejando la velocidad de la Ec. (11), se tiene:

$$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = -\frac{1}{2}\omega_0^2(y^2 - y_0^2) \quad (11)$$

$$v^2 = \omega_0^2 \left(y_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2} - y^2 \right) \quad (12)$$

Definiendo que:

$$A^2 = y_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2} \quad (13)$$

Sustituyendo la Ec. (13) en la Ec. (12), se llega a:

$$v^2 = \omega_0^2 (A^2 - y^2) \quad (14)$$

Con la Ec. (14), se tiene que la velocidad se puede expresar en función de la posición ($v = f(y)$). Volviendo a reescribir la Ec. (14).

$$v = \frac{dy}{dt} = \omega_0 (A^2 - y^2)^{1/2} \quad (15)$$

Volviendo a separar las variables e integrar en la Ec. (15), se tiene:

$$\frac{dy}{(A^2 - y^2)^{1/2}} = \omega_0 dt \quad (16)$$

$$\int_{y=y_0}^{y=y} \frac{dy}{(A^2 - y^2)^{1/2}} = \omega_0 \int_{t=0}^{t=t} dt \quad (17)$$

Considerando un cambio de variable en la Ec. (17), es decir:

$$y = A \sin \theta \quad (18)$$

$$dy = A \cos \theta d\theta \quad (19)$$

Con límites de integración $t = 0$: $y = y_0$, en ese sentido, si hacemos un cambio de variable tenemos que hacer un cambio de límites, es decir:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{y}{A}\right) \quad (20)$$

$$\theta_0 = \arcsin\left(\frac{y_0}{A}\right) \quad (21)$$

Sustituyendo las Ecs. (18)-(21) en la Ec. (17), se tiene:

$$\int_{\theta=\theta_0}^{\theta=\theta} \frac{A \cos \theta d\theta}{(A^2 - A^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} = \omega_0 t \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \int_{\theta=\theta_0}^{\theta=\theta} \frac{A \cos \theta d\theta}{A(1 - \sin^2 \theta)^{1/2}} &= \int_{\theta=\theta_0}^{\theta=\theta} \frac{\cos \theta d\theta}{(\cos^2 \theta)^{1/2}} \\ &= \int_{\theta=\theta_0}^{\theta=\theta} \frac{\cos \theta d\theta}{\cos \theta} = \theta - \theta_0 = \omega_0 t \quad (23) \end{aligned}$$

$$\theta = \omega_0 t + \theta_0 \quad (24)$$

Finalmente sustituyendo la Ec. (24) en la Ec. (18), se llega a:

$$y = A \sin(\omega_0 t + \theta_0) \quad (25)$$

$$y = A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \theta_0\right) \quad (26)$$

Las cantidades A y θ_0 de acuerdo con las expresiones utilizadas para establecerlas, como puede verse, depende de las condiciones iniciales, es decir de la posición inicial y_0 y de la velocidad inicial v_0 . Físicamente se puede decir que es la energía cinética y potencial que se le comunica inicialmente al oscilador para luego liberarlo y que inicie su movimiento oscilatorio. Como la fuerza ejercida por el resorte es conservativa, la energía mecánica total (potencial más cinética) se conserva durante todo el movimiento de oscilación libre.

Propiedades elásticas

Se pretende determinar la distribución de las deformaciones a cortante en un eje circular de longitud L y radio c que ha sido girado en un ángulo ϕ (también representa al **Símbolo Griego Phi**) (ver Figura 7). Desprendiendo del eje un cilindro de radio r , la deformación cortante " γ " debe ser igual al ángulo entre las líneas AC y AC' (recordar que " γ " debe expresarse en radianes). En la Figura 6 se observa que, para valores pequeños de " γ ", puede expresarse la longitud de arco CC' como $CC' = L\gamma$. Pero, por otra parte, se tiene que $CC' = r\phi$. Se deduce que:

$$r\phi = L\gamma \quad (27)$$

$$\gamma = \frac{r\phi}{L} \quad (28)$$

$$\gamma = \frac{r}{c} \gamma_{\text{máx}} \quad (30)$$

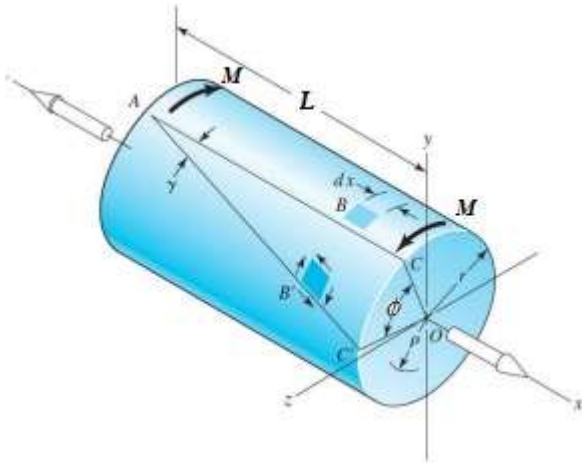


Figura 6. Deformación unitaria cortante.
Fuente: Elaboración propia.

donde " γ " y ϕ están, ambos expresados en radianes. La Ec. (28) muestra, como podría haberse anticipado, que la deformación a cortante en un punto dado del eje en torsión es proporcional al ángulo de giro $CC' = r\phi$. También muestra que " γ " es proporcional a la distancia " r " desde el eje de la flecha hasta el punto bajo consideración. Por lo tanto, la deformación unitaria a corte en una flecha circular varía linealmente con la distancia desde el eje de la flecha. Se deduce de la Ec. (28) que expresa la deformación a cortante es máxima en la superficie del eje, donde $r = c$. Se tiene:

$$\gamma_{\text{máx}} = \frac{c\phi}{L} \quad (29)$$

Combinando las Ecs. (28) y (29), puede expresarse la deformación a cortante " γ " a una distancia " r " del eje de la flecha como:

Esfuerzos en el rango elástico

Considerar el caso en el que el par torsión M es tal que todos los esfuerzos cortantes en el eje se encuentran por debajo de la resistencia a la cedencia S_y , esto significa que los esfuerzos en el eje permanecerán por debajo del límite de proporcionalidad y también por debajo del límite elástico. Por lo tanto, se aplicará la ley de Hooke y no habrá deformación permanente. Aplicando la ley de Hooke por el esfuerzo y la deformación a cortante, se escribe:

$$\tau = G\gamma \quad (31)$$

Donde G es el módulo de rigidez o módulo de corte del material. Multiplicando ambos miembros de la Ec. (30) por G se escribe:

$$G\gamma = \frac{r}{c} G\gamma_{\text{máx}} \quad (32)$$

o, considerando la Ec. (31), se llega a que la Ec. (32), se puede expresar como:

$$\tau = \frac{r}{c} \tau_{\text{máx}} \quad (33)$$

La Ec. (33), muestra que, mientras la resistencia a la cedencia (o el límite de proporcionalidad) no sea excedida en ninguna parte de la flecha circular, el esfuerzo cortante en la flecha varía linealmente con la distancia " r " desde el eje de la flecha. La magnitud del par torsión M ejercido sobre el eje:

$$M = \int r(\tau dA) \quad (34)$$

con $dF = \tau dA$. Sustituyendo la Ec. (33) en la Ec. (34), se llega a:

$$M = \int r \left(\frac{r}{c} \tau_{\text{máx}} dA \right) = \frac{\tau_{\text{máx}}}{c} \int r^2 dA \quad (35)$$

La integral en el último miembro representa el momento polar de inercia $J = \int r^2 dA$ de la sección transversal con respecto a su centro O . Se tiene entonces que

$$M = \frac{\tau_{\text{máx}}}{c} J \quad (36)$$

Donde esfuerzo cortante máximo se puede expresar como:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{Mc}{J} \quad (37)$$

Finalmente sustituyendo la Ec. (37) en la Ec. (33), se expresa el momento cortante a cualquier distancia " r " del eje de la flecha como:

$$\tau_M = \frac{r}{c} \frac{Mc}{J} = \frac{Mr}{J} \quad (38)$$

Esfuerzos en un resorte helicoidal

La Figura 7 representa un resorte helicoidal de espiras cerradas, estirado bajo la acción de una fuerza axial F .



Figura 7. Resorte helicoidal de espiras cerradas. Fuente: Elaboración propia.

El resorte está formado por un alambre o varilla redonda de diámetro " r " enrollada en forma de hélice de radio medio $R (= D / 2)$. La pendiente de esta hélice es pequeña, de manera que se puede considerar con bastante aproximación que cada espira está situada en un plano perpendicular al eje del resorte. Para determinar los esfuerzos producidos por F se sigue el procedimiento general de cortar el resorte por una sección de exploración, y determinar las fuerzas resistentes que se necesitan para el equilibrio de una de las porciones separadas por esta sección. Después se analiza la distribución de esfuerzos que originan estas fuerzas resistentes. La Figura 9 representa el diagrama de cuerpo libre de la porción superior del resorte. Para el equilibrio en dirección axial, la fuerza F , que representa la acción sobre esta sección de la porción suprimida, ha de ser igual a F . El equilibrio horizontal también se cumple, ya que ninguna de las dos, ni F ni F en la Figura 8, tienen componentes en esta dirección. Para el equilibrio de momentos, como F y F , opuestas y paralelas, producen un par $M = FR$, en la sección debe existir otro par resistente $M = FR$ igual y opuesto al anterior, originado por un esfuerzo cortante de torsión, distribuido en la sección de corte. Se representa por $M = FR$.

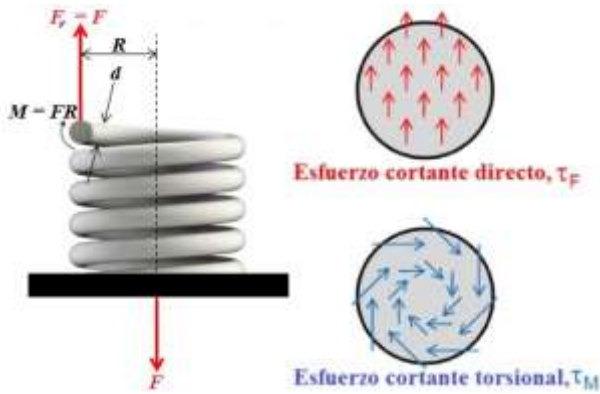


Figura 8. Diagrama de cuerpo libre.
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 8, se presenta la distribución de esfuerzos que producen estas fuerzas resistentes en la sección de corte. Observamos dos tipos de esfuerzo cortante: (1) un esfuerzo cortante τ_F uniformemente distribuido, producido por la fuerza resistente F que pasa su centro de gravedad, y (2) un esfuerzo cortante variable producido por el par torsor resistente τ_M determinado en la Ec. (38). Este último varía tanto en magnitud, con la distancia al centro, como en dirección, ya que es perpendicular al radio en cada punto. El esfuerzo resultante en cada punto es la suma de τ_F y τ_M (ver Figura 9).

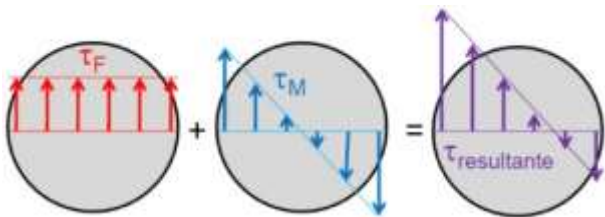


Figura 9. Suma de las dos distribuciones, producen un capo torsional descentrado.
Fuente: Elaboración propia.

En resumen, el esfuerzo cortante máximo tiene lugar en el punto de la sección más próximo al eje del resorte y viene dado por la suma del esfuerzo cortante directo, $\tau_F = F / A$ y $\tau_M = Mr / J$, es decir:

$$\tau = \tau_F + \tau_M = \frac{F}{A} = \frac{Mr}{J} \quad (39)$$

Donde,

$$\tau_F = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} \quad (40)$$

$$\tau_M = \frac{Mr}{J} = \frac{FDr / 2}{\pi d^4 / 32} = \frac{16FDr}{2\pi d^3 r} = \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (41)$$

Sustituyendo las Ecs. (40) y (41) en la Ec. (39), se tiene:

$$\tau = \tau_F + \tau_M = \frac{4F}{\pi d^2} + \frac{8FD}{\pi d^3} = \left(\frac{d}{2D} + 1 \right) \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (42)$$

Deformación en resortes helicoidales y el efecto en la curvatura

Prácticamente toda la elongación de un resorte según el eje se debe a la torsión del alambre. En la Figura 10, se presenta la deformación de un resorte helicoidal.

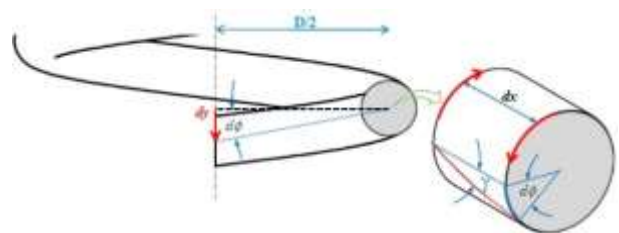


Figura 10. Deformación de un resorte helicoidal.
Fuente: Elaboración propia.

De la Figura 11, se tiene:

$$\gamma dx = \frac{d}{2} (d\phi) \quad (43)$$

Donde

$$d\phi = \frac{2\gamma}{d} dx \quad (44)$$

Por otro lado, se tiene que el arco "dy" se puede expresar como:

$$dy = \frac{D}{2} d\phi \quad (45)$$

Sustituyendo la Ec. (44) en la Ec. (45), se llega:

$$dy = \frac{D}{2} \left(\frac{2\gamma dx}{d} \right) \quad (46)$$

La elongación total es la suma de todas las contribuciones "dy":

$$\int_{y=y_0}^{y=y} dy = \frac{\gamma D}{d} \int_{x=0}^{x=L} dx \quad (47)$$

Donde $L = N\pi D$ es la longitud del resorte. Por lo que la Ec. (47), escribe como:

$$y - y_0 = \Delta y = \frac{\gamma D}{d} L = \frac{\gamma D}{d} N\pi D \quad (48)$$

Además, de la Ec. (31) se tiene:

$$\gamma = \frac{\tau_M}{G} \quad (49)$$

Sustituyendo las Ecs. (41) y (49) en la Ec. (48), se tiene:

$$\Delta y = \frac{D}{d} \frac{\tau_M}{G} N\pi D = \frac{8FD}{\pi d^3} \frac{D}{dG} N\pi D = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \quad (50)$$

Y la constante elástica o rigidez del resorte helicoidal resulta en:

$$k = \frac{F}{\Delta y} = \frac{d^4 G}{8D^3 N} \quad (51)$$

$$G = \frac{8kD^3 N}{d^4} \quad (52)$$

Con

k = constante de resorte

D = diámetro del resorte

N = número de espiras activas

d = diámetro de la espira

G = módulo de rigidez

Finalmente sustituyendo la Ec. (51) en la Ec. (26), se llega a una expresión que considera las dimensiones del resorte y el módulo de corte del material, es decir:

$$y = A \sin \left(\sqrt{\frac{d^4 G}{8D^3 N}} t + \theta_0 \right) \quad (53)$$

Materiales y procedimiento

Esta práctica permite que los estudiantes puedan estimar el módulo de rigidez con ayuda de un resorte helicoidal (ver Figura 11).



Figura 11. Equipo empleado para determinar el módulo de rigidez del resorte helicoidal.
Fuente: Elaboración propia.

El aparato de prueba del resorte helicoidal consta de un soporte buretas, un resorte helicoidal, un soporte del resorte, una regla graduada en milímetros, un juego de pesas y un porta pesas.

1.- Soporte universal: integrado por una base integrada por tres brazos de soporte y una varilla de acero inoxidable. El soporte se utiliza para sujetar al resorte helicoidal.

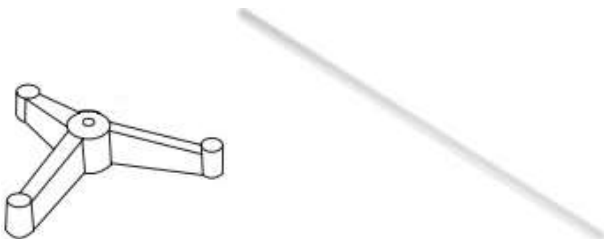


Figura 12. Soporte universal. (TecnoEdu, 2004)

2.- Resorte helicoidal: es empleado para determinar su módulo de rigidez.



Figura 13. Resorte helicoidal.
Fuente: Elaboración propia.

3.- Masas con geometría cilíndricas: son usadas para provocar la deformación del resorte helicoidal.



Figura 14. Masas con geometría cilíndricas.
(TecnoEdu, 2004)

4.- Báscula de precisión: permite determinar la masa de la esfera de acero. Asimismo, podemos obtener una legibilidad en el rango de 1 mg (0.001 g) a 1 g, o de 0-3 decimales.



Figura 15. Balanza de precisión. (Equipo para laboratorio, 2020)

5.- Regla milimétrica: permite tomar medidas de la deformación del resorte cuando se aplica una carga.

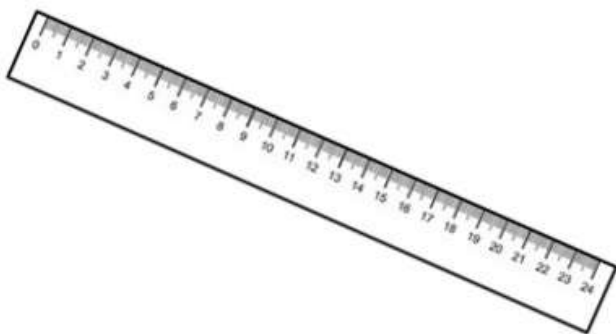


Figura 16. Regla milimétrica. 6

Procedimiento experimental

Equipo de protección individual a utilizar:

- Bata blanca
- Botas de seguridad
- Guantes de látex blandos
- Gafas de protección

Aspectos importantes del dispositivo a utilizar (ver Figura 11):

1. Asegurarse de que no tenga ninguna carga (pesa) en el porta pesas antes de medir las deformaciones en el resorte.
2. Con ayuda de la regla móvil y el porta pesas fijar el origen.

Procedimiento para llevar a cabo el experimento de deformación del resorte helicoidal. Lee cuidadosamente los siguientes pasos, si tienes alguna duda pregunta a tu docente o encargado de laboratorio correspondiente:

1. Leer el manual teórico de la práctica proporcionado por el docente o encargado de laboratorio para entender los principios fundamentales del sistema masa-resorte.
2. Visualizar y conocer todos los componentes del dispositivo (ver Figura 11).
3. Sin que cuelgue del resorte masa alguna, determinar la posición de su extremo libre. Extremo inferior.
4. Coloca en el porta pesas la primera masa que se indica en la Tabla 1.
5. Con la balanza determinar la masa de cada una de las pesas calibradas.
6. Lentamente lleva la masa hasta su nueva posición de equilibrio (evita que oscile).
7. Mide la nueva posición y del extremo inferior del resorte (ver Figura 17).

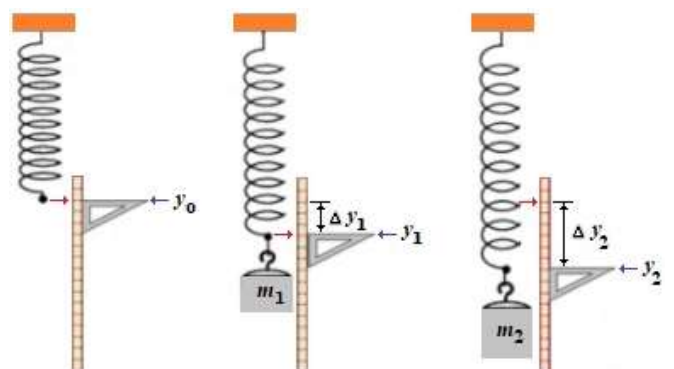


Figura 17. Medición de la deformación de un resorte helicoidal.

Fuente: Elaboración propia.

8. Retira la masa.
9. Repite los pasos del 3 al 8

Resultados

Las lecturas se pueden tabular en la forma descrita en las Tabla 1. Los resultados se pueden calcular de acuerdo con la teoría dada en la Sección 7.

Tabla 1. Datos de ensayos posibles con diferentes rangos de carga-deformación.

Fuente: Elaboración propia.

Número de ensayos posibles	Masa ideal pesas (g)	Masa real (g)	Fuerza aplicada ideal (N)	Deformación y_n (mm)
1	5			
2	10			
3	15			
4	20			
5	25			
6	30			
7	35			
8	40			

Cálculos

- Con ayuda de Microsoft Excel, hacer un gráfico de dispersión considerando los puntos de deformación de la Tabla 1, y_n en función de la fuerza aplicada.

Nota: Pasos a seguir en Excel:

1. Seleccionar simultáneamente las dos columnas de datos ($m_n g, y_n$)
2. Insertar
3. Gráficos
4. Insertar gráfico de dispersión (x, y)
5. Opciones de línea de tendencia
6. Lineal
7. Presentar ecuación en el gráfico

8. Presentar el valor R cuadrado en el gráfico

Con ayuda de la Ec. (51), tenemos:

$$F = k \Delta y \quad (54)$$

Si comparamos la Ec. (54), con la ecuación de la recta sin ordenada al origen obtenida del gráfico, es decir:

$$y = mx \quad (55)$$

Claramente, la pendiente de la recta obtenida, se interpreta como la constante del resorte, con esta constante, determinar el módulo de rigidez del resorte helicoidal (ver Ec. (52)).

Simulación

Con ayuda del software SolidWorks (SOLIDWORKS® Simulation es un paquete de herramientas de análisis estructural fáciles de usar que utilizan el análisis de elementos finitos (FEA) para predecir el comportamiento físico real de un producto mediante la prueba virtual de modelos CAD. El paquete proporciona capacidades de análisis estáticos lineales y no lineales, y de análisis dinámicos) determine la deformación del resorte helicoidal.

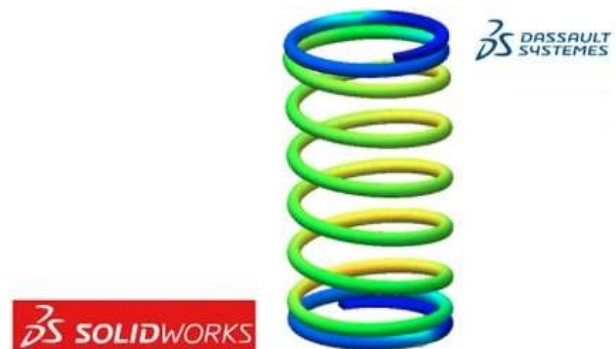


Figura 18. Resorte helicoidal.
Fuente: Elaboración propia.

Conclusiones

Se implementó la ecuación diferencial del oscilador armónico simple, a través de la segunda ley de Newton y la ley de Hooke para resortes, para conocer la solución a partir de la regla de la cadena y separación de variables.

Además se determinó la constante del resorte (k), a través del gráfico fuerza vs deformación, para conocer el módulo de rigidez.

Agradecimientos

El trabajo descrito en el presente artículo fue financiado por la beca otorgada por **PROMEP**. Asimismo, le agradezco al **Dr. Jorge Zuno Silva**, quien es *Director de la Escuela Superior de Ciudad Sahagún-UAEH*, México, por todas las facilidades para concluir este trabajo.

Referencias

- Christensen, J., (2004), An improved calculation of the mass for the resonant spring pendulum. *Am. J. Phys.* 72 (6), 721-848.
- Equipo para laboratorio, (2020). *Balanza de precisión*, recuperado de: [Balanza de Precisión - 1000g / 0.01g \(equipoparalaboratorio.mx\)](http://equipoparalaboratorio.mx)
- Nunes da Silva J. M., (1994), Renormalized vibrations of a loaded spring. *Am. J. Phys.* 62 (5), 423-426.
- Rao, S. S. (2012). *Vibraciones Mecánicas*. D. F. México: Pearson Education.
- Sofronas, A. (2012). *Case Histories in Vibration Analysis and Metal Fatigue for the Practicing Engineer*. N. J. USA: John Wiley and Sons, Inc.
- Russell Johnston E. R., DeWolf J. T. y Mazurek F. D. (2012). *Mecánica de Materiales*. D. F., México. Mc Graw Hill Education.
- TecnoEdu, (2020). Enseñanza de física, recuperado de: Laboratorios Completos de Física p/Nivel Superior - TecnoEdu