

## Principio de Bernoulli

### Bernoulli's principle

Martín Ortiz-Domínguez <sup>a</sup>, Arturo Cruz-Avilés <sup>b</sup>

#### Abstract:

In this laboratory practice we will validate Bernoulli's principle, when a constant flow of water is applied in a Venturi tube, through the conservation of energy in two sections of the tube, considering the kinetic, potential and flow energy, to determine the difference in heights in Venturi.

#### Keywords:

Bernoulli's principle, hydrodynamics, flow energy, kinetics, potential, pressure

#### Resumen:

En la presente práctica de laboratorio se validará el principio de Bernoulli, cuando se aplica un flujo constante de agua en un tubo Venturi, a través de la conservación de la energía en dos secciones del tubo, considerando la energía cinética, potencial y de flujo, para determinar la diferencia de alturas en el Venturi.

#### Palabras Clave:

Principio de Bernoulli, hidrodinámica, energía de flujo, cinética, potencial, presión

## Introducción

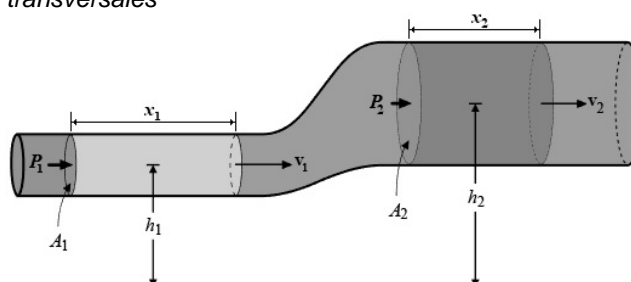
**Daniel Bernoulli** nació en Suiza y realizó grandes contribuciones en la dinámica de fluidos, publicó su obra más famosa en 1738 titulada "*Hidrodinámica*", donde advertía sobre el estudio teórico y práctico del equilibrio, de los fluidos. De allí deduce el "*Principio de Bernoulli*" un concepto que expresa que **a medida que aumenta la rapidez de un fluido, su presión disminuye**. Con esto la ley de la conservación de la energía se cumple cuando los líquidos están en movimiento, de allí deduce el siguiente enunciado:

En un líquido ideal cuyo flujo es estacionario, la suma de aquellas energías como la cinética, potencial y de presión (o energía de flujo) que posee cierto líquido en un punto,

es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera. (Barrero, et al. 2005; Crespo, 2006)

Para deducir el Principio de Bernoulli, es necesario considerar el esquema de una sección de tubo que se presenta en la Figura 1. (Cengel y Cimbala, 2006; White, 2008)

Figura 1. Sección de un tubo a diferentes alturas y áreas transversales



Fuente: Elaboración propia

<sup>a</sup> Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAHE, Tepeapulco, Hidalgo, México, ORCID: 0000-0003-4475-9804, Email: martin\_ortiz@uaeh.edu.mx

<sup>b</sup> Autor de Correspondencia, Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UAHE, Tepeapulco, Hidalgo, México, ORCID: 0000-0003-0455-1646, Email: arturo\_cruz8085@uaeh.edu.mx

Como se basa en la ley de la conservación de la energía, entonces deducimos los siguientes tres tipos:

**1.- Energía cinética:** Debido a la velocidad y a la masa del líquido. Denotada por la siguiente fórmula:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1)$$

**2.- Energía potencial:** Debido a la altura del líquido, respecto a cualquier punto de referencia, y dada por la siguiente fórmula:

$$E_p = m_1gh \quad (2)$$

**3.- Energía de flujo o de Presión:** Originada por la presión que las moléculas del fluido que actúan entre sí, por lo que el trabajo realizado para el desplazamiento de éstas moléculas es igual a la energía ante mencionada.

$$E_{\text{flujo}} = W = F \cdot x = PAx = PV \quad (3)$$

### Objetivo general

Validar el principio de Bernoulli, cuando se aplica un flujo constante de agua en un tubo Venturi, a través de la conservación de la energía en dos secciones del tubo, considerando la energía cinética, potencial y de flujo, para determinar la diferencia de alturas.

### Objetivos específicos

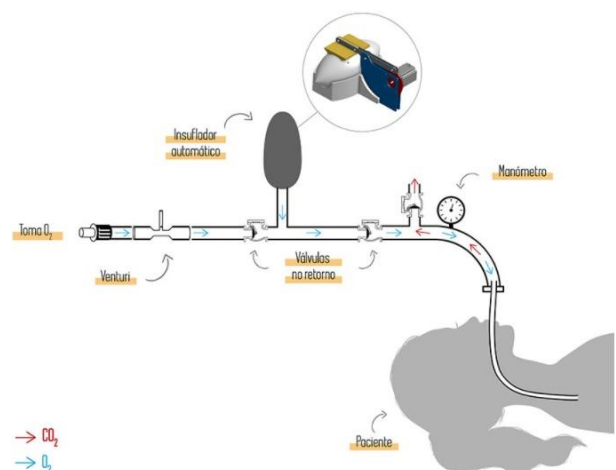
- Resolución de la ecuación de continuidad ( $A_1v_1 = A_2v_2$ ), a través de los caudales de entrada y salida, para determinar la velocidad  $v_1$ .
- Determinar el coeficiente de descarga ( $C_d = Q_{\text{real}} / Q_{\text{teór}}$ ), empleando el caudal real y el teórico, para determinar las pérdidas a lo largo de la red hidráulica.

## Aplicaciones prácticas

### El efecto Venturi y su aplicación en oxigenoterapia a alto flujo

Originalmente el Principio de Bernoulli es aplicado a fluidos, más concretamente nos habla del fluido ideal (sin rozamiento ni viscosidad), sin embargo, este mismo principio se puede aplicar a diversos ámbitos, entre ellos el ámbito sanitario para la aplicación de oxigenoterapia. El efecto Venturi (Figura 2) hace que gracias a la ventana regulable que se encuentra en la mascarilla, el paso de oxígeno genere una presión negativa y al existir una presión en la habitación mayor, se genera succión del aire ambiental por dichas ventanas, obteniendo de esta forma la FiO<sub>2</sub> (Fracción inspiratoria de oxígeno o concentración de oxígeno inhalado) que deseamos administrar. El funcionamiento de la mascarilla de efecto Venturi es el siguiente: desde la fuente de oxígeno sale el gas, que a través de una conexión, une la fuente con la mascarilla. Una vez que ha llegado el oxígeno a la mascarilla, este lo hace en lo que se denomina “Jet de flujo alto” (o en chorro) y por un orificio estrecho, esto hace que se provoque una presión negativa. Esta presión negativa hace que a través de la ventana regulable de la mascarilla, se aspire el aire ambiental, obteniendo así la mezcla y por tanto la FiO<sub>2</sub> necesaria.

Figura 2. Sistema de ventilación mecánica

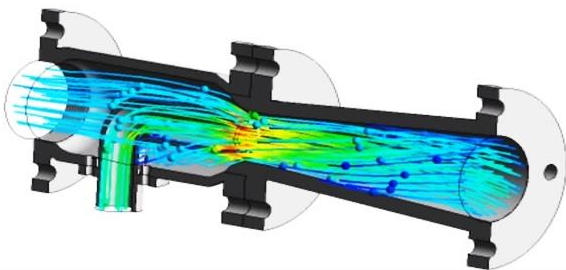


Fuente: Elaboración propia

### Bomba tipo Venturi

En la Figura 3, se presenta una bomba tipo Venturi. Su principio de funcionamiento es parecido a los aerógrafos o pistola de pintura. La diferencia principal es que en estas bombas no se utiliza aire a alta velocidad para mover pintura. La principal ventaja de este tipo de bombas es su costo y necesita menos mantenimiento a diferencia de una bomba eléctrica. La única necesidad es la de tener un fluido impulsor disponible. Se requiere un flujo de movimiento en el diseño de estas bombas, llamado a veces bombas eyectoras. Con el movimiento y el efecto Venturi se logra mover el combustible. En esta bomba, cuando el flujo de combustible desplazado a alta presión por el motor, pasa a través de la garganta, crea un efecto de succión que se lleva más combustible de la parte inferior conectada con los tanques colectores. El flujo de combustible total se envía a otra salida. La eficiencia general de una bomba eyectora es baja en comparación con las bombas de motor eléctrico, que son mucho más potentes y mueven más combustible, pero se utilizan con frecuencia debido a su vida extremadamente larga, alta fiabilidad, bajo costo de adquisición y mantenimiento.

Figura 3. Bomba eyectora de alimentación del motor



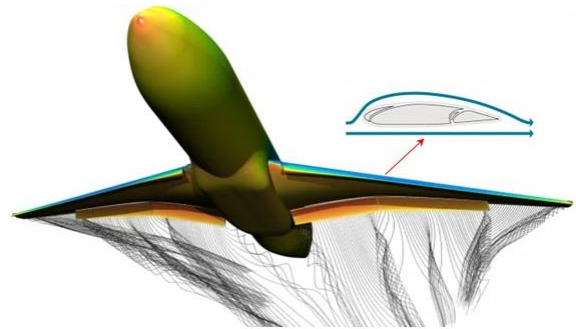
Fuente: Elaboración propia

### Aviación

Los aviones tienen el extradós (parte superior del ala o plano) más curvado que el intradós (parte inferior del ala o plano) (ver Figura 4). Esto causa que la masa superior de aire, al aumentar su velocidad, disminuya su presión, creando así una succión que ayuda a sustentar la aeronave. Asimismo, un área importante de mejoras aerodinámicas en los últimos años ha sido el diseño del ala de un avión. Como en todos los aspectos de la construcción de aeronaves, lograr un buen diseño de ala requiere encontrar un buen equilibrio entre factores que a menudo entran en conflicto. Aumentar la envergadura

reduce un tipo de resistencia, pero aumenta el peso de la estructura requerida para el ala. El aumento del grosor del ala reduce el peso estructural porque se pueden usar recubrimientos melgados, pero aumenta la resistencia, especialmente a las altas velocidades de vuelo crucero. El aumento de área del ala permite despegar y aterrizar a velocidades más bajas y, por lo tanto, utilizar pistas más cortas, pero aumenta la fricción durante el resto del vuelo.

Figura 4. Aerodinámica del ala de un avión



Fuente: Elaboración propia

### Teoría

Así, de acuerdo con el teorema de Bernoulli, la suma de las energías de un punto inicial, deberá ser igual a las energías obtenidas en la salida. Entonces matemáticamente tenemos lo siguiente:

$$E_{c_1} + E_{P_1} + E_{flujo_1} = E_{c_2} + E_{P_2} + E_{flujo_2} \quad (4)$$

Al sustituir las Ecs. (1), (2) y (3) en la Ec. (4), tenemos que:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + m_1 g h_1 + P_1 V_1 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + m_2 g h_2 + P_2 V_2 \quad (5)$$

Considerando que:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (6)$$

Considerando la Ec. (6), podemos definir a la masa como:

$$m_1 = \rho V_1 \quad (7)$$

$$m_2 = \rho V_2 \quad (8)$$

Sustituyendo las Ecs. (7) y (8) en la Ec. (5), resulta en:

$$\frac{1}{2} \rho V_1 v_1^2 + \rho V_1 g h_1 + P_1 V_1 = \frac{1}{2} \rho V_2 v_2^2 + \rho V_2 g h_2 + P_2 V_2 \quad (9)$$

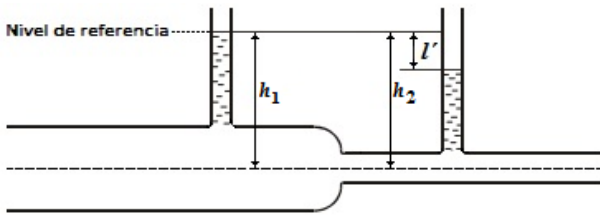
La muestra de volumen que entra  $V_1$  es exactamente igual a la muestra de volumen que sale  $V_2$ , de acuerdo con la Figura 1, es decir:

$$V_1 = V_2 \quad (10)$$

Considerando la Ec. (10), en la Ec. (9), tenemos:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2 \quad (11)$$

Figura 5. Diagrama del tubo Venturi



Fuente: Elaboración propia

Considerando a la Figura 5, se tiene que:

$$h_2 - h_1 = 0 \quad (12)$$

Por lo tanto, con la Ec. (12), la Ec. (11), se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2 \quad (13)$$

Asimismo, las presiones del fluido en el punto uno y dos se definen como:

$$P_1 = P_{atm} + \rho g h_1 \quad (14)$$

$$P_2 = P_{atm} + \rho g (h_2 - l') \quad (15)$$

Con  $P_{atm} = 101325 \text{ Pa}$ .

Sustituyendo las Ecs. (14) y (15) en la Ec. (13), resulta en:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_{atm} + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_{atm} + \rho g (h_2 - l') \quad (16)$$

Volviendo a considerar la Ec. (12) en la Ec. (16), obtenemos lo siguiente:

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \rho g l' \quad (17)$$

Pero de la ecuación de continuidad, se cumple que:

$$A_1^2 v_1^2 = A_2^2 v_2^2 \quad (18)$$

Despejando a  $v_1^2$  de la Ec. (18):

$$v_1^2 = \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2 \quad (19)$$

Finalmente, sustituyendo a la Ec. (19) en la Ec. (17), resulta en:

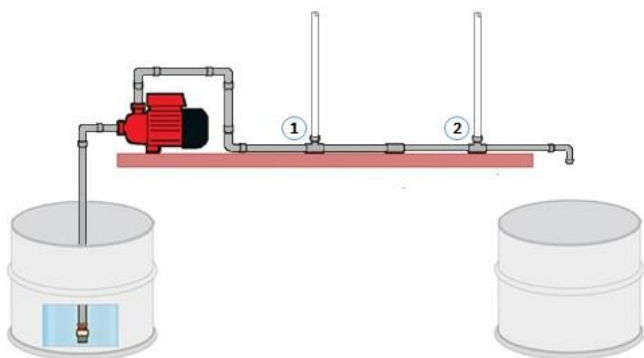
$$\frac{1}{2} \rho \left( v_2^2 - \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2 \right) = \rho g l' \quad (20)$$

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2 g l'}{A_1^2 - A_2^2}} \quad (21)$$

## Materiales y procedimiento

Esta práctica permite que los estudiantes puedan estimar el coeficiente de descarga con ayuda de un tubo Venturi (ver Figura 6).

Figura 6. Equipo empleado para validar el principio de Bernoulli



Fuente: Elaboración propia

El aparato de prueba de Bernoulli consta de una bomba de periférica de  $\frac{1}{2}$  HP y un conducto (Venturi) integrado por dos secciones, donde están insertados dos tubos de acrílico de  $\frac{1}{2}$  pulgada, que permiten medir la altura de la columna de agua y en consecuencia la presión del fluido en ese punto.

1.- Bomba periférica de  $\frac{1}{2}$  HP Munich: permite bombear con facilidad el agua de un contenedor cilíndrico hacia el otro contenedor. Cuenta con una potencia de  $\frac{1}{2}$  HP (Caballos de Fuerza), altura máxima 40 m, caudal de 40 lt/min y una tensión de 127 Volts – 60 Hz.

Figura 7. Bomba periférica de  $\frac{1}{2}$  HP Munich



. Fuente: Hidrocom (2022)

2.- Cuatro codos de una pulgada CPVC (Policloruro de Vinilo Clorado), un codo de  $\frac{3}{4}$  de pulgada, un conector en Tee de una pulgada, tres coples de pulgada a pulgada, un cople reductor de pulgada a  $\frac{3}{4}$  de pulgada y dos coples reductores de una pulgada a  $\frac{1}{2}$  pulgada: los son

dispositivos usados en la unión de segmentos de tuberías. Permiten que los tubos que son unidos resistan tanto las fuerzas internas como externas, las vibraciones y la presión ejercida por los líquidos que fluyen a lo largo de la tubería.

Figura 8. Codos y conexiones de CPVC



Fuente: Hidrocom (2022)

3.- Tubos de una pulgada y de  $\frac{3}{4}$  de pulgada: los usos incluyen tuberías de agua fría y caliente, y el manejo de líquidos industriales.

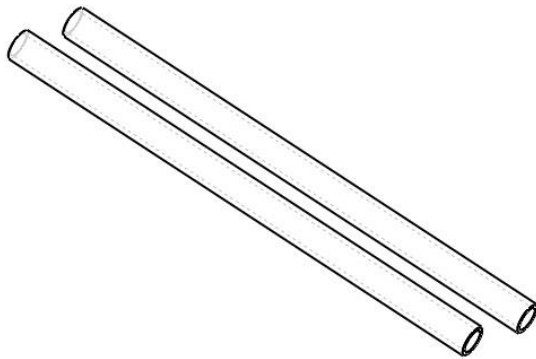
Figura 9. Tubos de una pulgada y de  $\frac{3}{4}$  de pulgada



Fuente: Hidrocom (2022)

4.- Dos tubos de acrílico de  $\frac{1}{2}$  pulgada: es un polímero termoplástico transparente que permite medir las alturas que alcanza el fluido en dos secciones.

Figura 10. Tubos de acrílico de ½ pulgada



Fuente: Hidrocom (2022)

5.- Válvula de pie pichancha: cuenta con extremos roscados de ¾ de pulgada, su uso es apto para servicios de agua a temperatura de -10 a 80 grados centígrados. Su función para este accesorio es evitar el vaciado de la tubería en forma vertical, permitiendo así que el flujo quede en un sólo sentido y esto sin permitir que el flujo, normalmente las podemos encontrar en el fondo de una cisterna que donde trabajan impidiendo que se vacíe la tubería, con el fin de que la bomba no tenga contacto con el aire al momento de succionar y así evitar tener que purgarla.

Figura 11. Válvula de pie pichancha



Fuente: Hidrocom (2022)

6.- Contenedor de acero: permite almacenar agua, para garantizar un suministro constante a la bomba periférica.

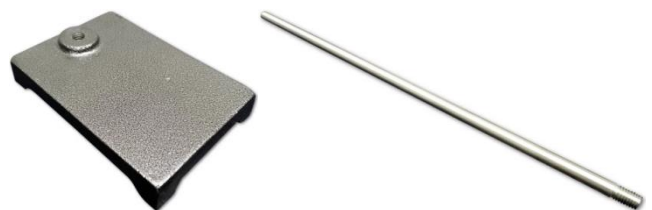
Figura 12. Contenedor de acero



Fuente: Elaboración propia

7.- Soporte universal: integrado por una base de soporte grande en forma rectangular y una varilla de acero cromado. El soporte se utiliza para sujetar el tubo de acrílico.

Figura 13. Soporte Universal



Fuente: TP Laboratorio Químico (2022)

8.- Pinza para soporte: se usa para sujetar instrumentos en el montaje de sistemas.



Figura 14. Pinza para soporte



Fuente: TP Laboratorio Químico (2022)

### Procedimiento experimental

Realice el experimento siguiendo los siguientes pasos:

- Llenar el tubo de acrílico con el líquido a medir.
  - Colocar marcas en la parte superior e inferior del tubo de acrílico a alrededor de 2.5 cm.
  - Medir la distancia entre las marcas superior e inferior.
  - Medir el radio de la esfera de acero.
  - Dejar caer la esfera de acero dentro del tubo de acrílico.
  - Registra el tiempo que le toma a la esfera recorrer la distancia entre ambas marcas. Nota: Los líquidos con bajas viscosidades serán más difíciles de medir con este método debido a que es más difícil detener el cronómetro de forma precisa. Repite este paso por lo menos cinco veces (mientras más veces lo repitas, tu medida será más precisa) y calcula el tiempo promedio de las cinco mediciones.
  - Lavar el material utilizado.
1. Purgar la bomba, haciendo uso del primer recipiente,
  2. Colocar en dos coples tee de 1" las reducciones de 1" a 1/2",
  3. En las reducciones de 1/2" colocar los tubos de acrílico transparentes,

4. Armar la primera configuración 1" a 1"
  - a. Colocar un tubo de 1" a la salida del arreglo de conexiones de la bomba,
  - b. Colocar el primer cople en Tee de 1",
  - c. Seguido de otro tubo de 1",
  - d. Colocar un cople 1" a 1",
  - e. Poner un tubo de 1",
  - f. Al final del tubo poner la otra Tee,
  - g. Conectar el último tubo de 1" con un codo al final para que el agua llene el recipiente 2.
5. Encender la bomba y realizar las mediciones correspondientes en los tubos de acrílico.
6. Armar la segunda configuración 1" a 3/4",
  - a. Colocar un tubo de 1" a la salida del arreglo de conexiones de la bomba,
  - b. Colocar el primer cople en Tee de 1",
  - c. Seguido de otro tubo de 1",
  - d. Colocar un cople 1" a 3/4",
  - e. Poner un tubo de 3/4",
  - f. Al final del tubo poner la otra Tee de 3/4",
  - g. Conectar el último tubo de 3/4" con un codo al final para que el agua llene el recipiente 2.
7. Volver encender la bomba y realizar las mediciones correspondientes en los tubos de acrílico.
8. Repetir el proceso,

Al final de la práctica desarmar todas las configuraciones con mucho cuidado y dejar seca la bomba para que no se dañe.

### Resultados

Las lecturas se pueden tabular en la forma descrita en las Tabla 1 y 2. Los resultados se pueden calcular de acuerdo con la teoría dada.

Tabla 1. Configuración 1: velocidad en el punto dos.

Configuración	$D_1$ (m)	$h_1$ (m)	$D_2$ (m)	$h_3$ (m)
1				

Tabla 2. Configuración 2: velocidad en el punto dos.

Configuración	$D_1$ (m)	$h_1$ (m)	$D_2$ (m)	$h_3$ (m)
2				

### Cálculos

Calcule y registre en las Tabla 3 y 4, la diferencia de alturas ( $l' = h_1 - h_3$ ), la velocidad de salida  $v_2$ , el caudal real  $Q_{real}$ , el caudal teórico  $Q_{teór}$  y el coeficiente de descarga  $C_d = Q_{real} / Q_{teór}$  considerando los datos registrados en las Tablas 1 y 2:

Tabla 3. Resultados.

Configuración	$l'$ (m)	$v_2$ (m/s)	$Q_{real}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{teór}$ (m <sup>3</sup> /s)	$C_d = \frac{Q_{real}}{Q_{teór}}$
1					

Tabla 4. Resultados.

Configuración	$l'$ (m)	$v_2$ (m/s)	$Q_{real}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{teór}$ (m <sup>3</sup> /s)	$C_d = \frac{Q_{real}}{Q_{teór}}$
2					

### Conclusiones

Se resolvió teóricamente la ecuación de continuidad ( $A_1 v_1 = A_2 v_2$ ), a través de los caudales de entrada y salida, para determinar la velocidad  $v_1$ . Además, se determinó el coeficiente de descarga ( $C_d = Q_{real} / Q_{teór}$ ), empleando el caudal real y el teórico, para determinar las pérdidas a lo largo de la red hidráulica (Tubo Venturi).

### Agradecimientos

El trabajo descrito en la presente práctica de laboratorio fue financiado por la beca otorgada por **PROMEP**. Asimismo, le agradezco al **Dr. Jorge Zuno Silva**, quien

es Director de la Escuela Superior de Ciudad Sahagún-UAEH, México, por todas las facilidades para concluir este trabajo.

### Referencias

- Barrero, R., Pérez-Saborid, A., Sánchez-Pastor, M., (2005). ‘‘Fundamentos y aplicaciones de la Mecánica de Fluidos’’ Ed. McGraw Hill.
- Çengel, Y. A. and Cimbala, J. M. (2006). Fluid Mechanics,; Capítulo 5.
- Crespo, A., (2006) ‘‘Mecánica de fluidos’’ Ed. Thomson.
- Hidrocom, (2022). Bombas hidráulicas, recuperado de: <https://www.bombashidrocom.com/shop/bomba-de-agua-periferica-de-12-hp-munich-ba-1208/>
- TP Laboratorio Químico, (2022), Materiales e instrumentos de un laboratorio, recuperado de <https://www.tplaboratorioquimico.com/laboratorio-quimico/materiales-e-instrumentos-de-un-laboratorio-quimico.html>
- White, F., (2008). ‘‘Mecánica de fluidos’’ Ed. McGraw Hill.