

Tiempo de vaciado de un depósito cilíndrico vertical Time to empty a vertical cylindrical tank

Martín Ortiz-Domínguez^a, Arturo Cruz-Avilés^b

Abstract:

In this laboratory practice the emptying time of a container will be determined from a given load, through direct measurement with a stopwatch, to compare it with the theoretical time.

Keywords:

Bernoulli's Principle, Torricelli's Principle, hydrostatic pressure, gravity

Resumen:

En la presente practica de laboratorio se determinará el tiempo de vaciado de un contenedor a partir de una carga dada, a través de la medición directa con un cronometro, para compararlo con el tiempo teórico.

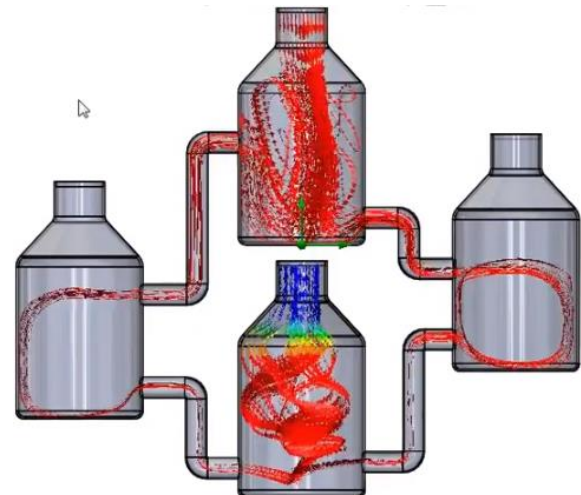
Palabras Clave:

Principio de Bernoulli, principio de Torricelli, presión hidrostática, gravedad

Introducción

El vaciado de tanques y recipientes, así como la transferencia de productos entre ellos son operaciones frecuentes en las plantas de procesos (Figura 1). Estas operaciones pueden efectuarse por medio de bombas o bien por convección natural aprovechando las diferencias de niveles entre tanques. (Huang, 2001; Cengel y Boles, 2001; Abalat, 2000; Joffré, 1993)

Figura 1. Presión hidrostática que actúa sobre las superficies sumergidas



Fuente: Elaboración propia

^a Autor de Correspondencia, Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UA EH, Tepeapulco, Hidalgo, México, ORCID: 0000-0003-4475-9804, Email: martin_ortiz@uaeh.edu.mx

^b Licenciatura en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ciudad Sahagún, UA EH, Tepeapulco, Hidalgo, México, ORCID: 0000-0003-0455-1646, Email: arturo_cruz8085@uaeh.edu.mx

Objetivo general

Determinar el tiempo de vaciado de un contenedor a partir de una carga dada, a través de la medición directa con un cronometro, para compararlo con el tiempo teórico.

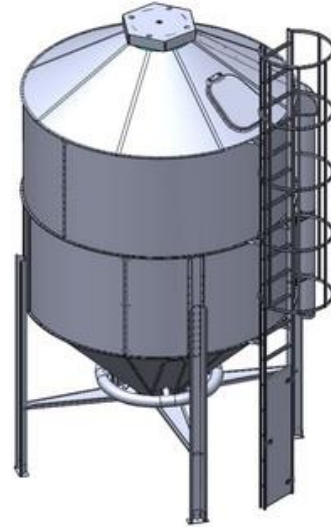
Objetivos específicos

- Determinar el tiempo teórico de vaciado de un contenedor, a partir del principio de Bernoulli, Torricelli y la ecuación de continuidad, para compararlo con el tiempo experimental.
- Determinar la lectura del nivel del recipiente, a través de la escala graduada en el contenedor, para determinar el caudal del fluido.

Aplicaciones prácticas

Los tanques que pueden contener líquidos, es necesario saber predecir el tiempo que demora en vaciarse todo o alguna parte del contenido, como también saber el volumen del líquido que desaloja en un determinado instante; aquí se demuestra cómo conseguir esta información con la ayuda de la asignatura de las Ecuaciones Diferenciales. Un ejemplo claro de la utilización de estas ecuaciones en la vida cotidiana es en procesos industriales, en la industria existe en un momento dado la necesidad de vaciar sus tanques ya sea con fines de limpieza temporaria o simplemente para efectuar algún trabajo de mantenimiento en los mismos (ver Figuras 2 y 3). En otras situaciones, se precisa trasvasar producto de un equipo a otro aprovechando las diferencias de niveles entre ellos cualquiera que sea su disposición, esto es, descargar por gravedad desde un nivel superior a otro inferior o bien entre tanques ubicados horizontalmente (ver Figura 4).

Figura 2. Contenedor de líquidos, el fluido ejerce una presión hidrostática sobre el fondo y las paredes del contenedor



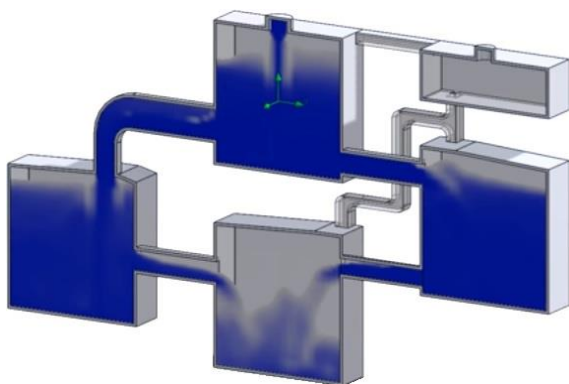
Fuente: Elaboración propia

Figura 3. Camión cisterna



Fuente: Elaboración propia

Figura 4. Vasos comunicantes: es el nombre que recibe un conjunto de recipientes comunicados por su parte inferior, superior o lateral y que contienen un líquido homogéneo



Fuente: Elaboración propia

En ambos casos, se trata de aprovechar la gravedad para producir estos efectos sin necesidad de tener que recurrir a un equipo de bombeo, evitando de esta forma también el gasto energético que su empleo requiere. Como ya se mencionó, se busca eliminar actividades que generen costos y no agreguen valor a los productos elaborados. Muchos problemas físicos dependen de alguna manera de la geometría. Uno de ellos es la salida de líquido de un tanque a través de un orificio situado en el fondo del mismo. La forma geométrica del recipiente determina el comportamiento físico del fluido. El vaciado de tanques y recipientes así como la transferencia de productos entre ellos son operaciones frecuentes en las plantas de procesos (almacenaje de petróleo y combustibles, cervecerías, lácteos, bebidas en general, etc.). Estas operaciones pueden efectuarse por medio de bombas o bien por convección natural aprovechando las diferencias de niveles entre tanques. En este último caso es importante conocer los tiempos requeridos dado que pueden ser importantes para la operación y la planificación de actividades varias sobre estos equipos

Teoría

Para poder determinar el tiempo de vaciado de un contenedor (ver Figura 5), partimos del principio de Bernoulli: (Wark, 1991; Moran, 2005)

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + m_1gy_1 + P_1V_1 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 + m_2gy_2 + P_2V_2 \quad (1)$$

Donde:

m_1 = masa del fluido de entrada

v_1 = velocidad del fluido de entrada

y_1 = altura del fluido de entrada desde el nivel de referencia

P_1 = Presión en la superficie del fluido

V_1 = Volumen de entrada

m_2 = masa del fluido de salida

v_2 = velocidad del fluido de salida

y_2 = altura del fluido de salida desde el nivel de referencia

P_2 = Presión en la salida del fluido

V_2 = Volumen de salida

Por otro lado, tenemos que la densidad se define como:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$

$$m = \rho V \quad (3)$$

Con la ayuda de la Ec. (3), podemos reescribir a la Ec. (1), de la siguiente manera:

$$\frac{1}{2}\rho V_1 v_1^2 + \rho V_1 g y_1 + P_1 V_1 = \frac{1}{2}\rho V_2 v_2^2 + \rho V_2 g y_2 + P_2 V_2 \quad (4)$$

El volumen del líquido que disminuye en el contenedor es el mismo que sale del contenedor a través del área A_2 , por lo tanto se tiene:

$$V_1 = V_2 \quad (5)$$

Sustituyendo la Ec. (5) en la Ec. (4), se tiene:

$$\frac{1}{2}\rho V_1 v_1^2 + \rho V_1 g y_1 + P_1 V_1 = \frac{1}{2}\rho V_1 v_2^2 + \rho V_1 g y_2 + P_2 V_1 \quad (6)$$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 + P_2 \quad (7)$$

Asimismo, se cumple que:

$$P_1 = P_2 = P_{atm} \quad (8)$$

Sustituyendo la Ec. (8) en la Ec. (7), se tiene:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad (9)$$

Simplificando la Ec. (9), se tiene:

$$\frac{1}{2}v_1^2 + g y_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + g y_2 \quad (10)$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2(y_1 - y_2)g \quad (11)$$

De acuerdo con la Figura 1, se tiene que:

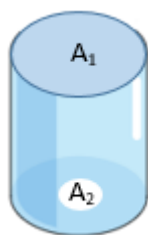
$$h = y_1 - y_2 \quad (12)$$

Sustituyendo la Ec. (12), en la Ec. (11), se tiene:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh \quad (13)$$

En la Figura 5, se presenta el contenedor con las áreas de entrada A_1 y de salida A_2 del fluido.

Figura 5. Contenedor con área de entrada A_1 y área de salida A_2 .



Fuente: Elaboración propia

Formulando la ecuación de continuidad a partir de la Figura 5, se tiene:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (14)$$

Elevando al cuadrado ambos lados de la Ec. (14), se obtiene:

$$A_1^2 v_1^2 = A_2^2 v_2^2 \quad (15)$$

Despejando a la velocidad v_1^2 de la Ec. (15), se tiene:

$$v_1^2 = \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2 \quad (16)$$

Sustituyendo la Ec. (16) en la Ec. (13), se obtiene lo siguiente:

$$v_2^2 = \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2 + 2gh \quad (17)$$

$$v_2^2 - \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2 = 2gh \quad (18)$$

Factorizando v_2^2 de la Ec. (18), se tiene:

$$v_2^2 \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \right) = 2gh \quad (19)$$

$$v_2^2 \left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2} \right) = 2gh \quad (20)$$

Despejando v_2^2 de la Ec. (20), se tiene:

$$v_2^2 = 2g \left(\frac{A_1^2}{A_1^2 - A_2^2} \right) h \quad (21)$$

Finalmente, tenemos que la velocidad v_2 es:

$$v_2 = (2gh)^{1/2} \left(\frac{A_1^2}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} \quad (22)$$

De acuerdo con el Teorema de Torricelli, se tiene:

$$A_1 \frac{dh}{dt} = -A_2 v_2 \quad (23)$$

Sustituyendo la Ec. (22) en la Ec. (23), se tiene:

$$A_1 \frac{dh}{dt} = -A_1 A_2 \left(\frac{2gh}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} \quad (24)$$

Reduciendo términos:

$$\frac{dh}{dt} = -A_2 \left(\frac{2gh}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} \quad (25)$$

Separando variables en la Ec. (25), se tiene:

$$\frac{dh}{h^{1/2}} = -A_2 \left(\frac{2g}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} dt \quad (26)$$

Si la altura inicial del depósito en el instante $t = 0$ es H . Integrando esta ecuación diferencial, obtenemos la expresión de la altura h en función del tiempo.

$$\int_{h=h}^{h=0} \frac{dh}{h^{1/2}} = -A_2 \left(\frac{2g}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} \int_{t=0}^{t=t} dt \quad (27)$$

$$0 - 2h^{1/2} = -A_2 \left(\frac{2g}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} (t - 0) \quad (28)$$

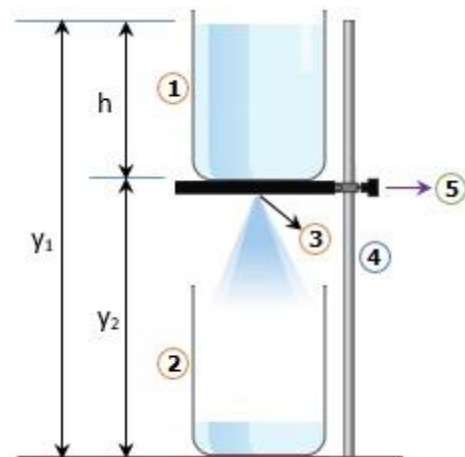
Despejando el tiempo t que tarda el depósito en vaciarse por completo:

$$t = \sqrt{\left(\frac{2h}{g} \right) \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)} \quad (29)$$

Materiales y procedimiento

En este experimento, determinaremos el tiempo de vaciado de un contenedor con ayuda de un cronómetro. En la Figura 6, se presenta el dispositivo empleado para realizar la práctica.

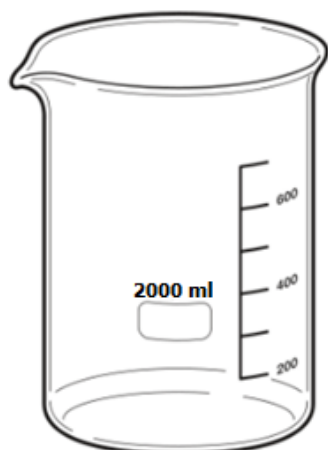
Figura 6. Equipo empleado para estimar el tiempo de vaciado de un contenedor. 1: Vaso precipitado graduado de polipropileno de 2000 ml (contenedor); 2: Vaso precipitado graduado de polipropileno de 2000 ml (desagüe); 3: Orificio para el vaciado del contenedor; 4: soporte universal; 5: Aro metálico



Fuente: Elaboración propia

1.- Vaso precipitado graduado de polipropileno de 2000 ml: sirve de contenedor para determinar el tiempo de vaciado del mismo.

Figura 7. Vaso de precipitado graduado de polipropileno de 2000 ml.



Fuente: Elaboración propia

2.- Aro metálico: este instrumento se adapta a un soporte universal y se emplea como base del vaso de precipitado.

Figura 8. Aro metálico. (TP Laboratorio Químico, 2022)



3.- Soporte universal: es una pieza básica en el montaje de los sistemas y aparatos, para fijar pinzas y aros metálicos.

Figura 9. Soporte universal. (TP Laboratorio Químico, 2022)



4.- Cronómetro: es un reloj de mano diseñado para medir la cantidad de tiempo que transcurre entre su activación y desactivación.

Figura 10. Cronómetro. (TP Laboratorio Químico, 2022)



Procedimiento experimental

En el esquema de la Figura 5, se observa el dispositivo empleado con todos los componentes para determinar el tiempo de vaciado de un contenedor.

Equipo de protección individual a utilizar:

- Bata blanca
- Botas de seguridad
- Guantes de protección térmica
- Gafas de protección

Realice el experimento siguiendo los siguientes pasos:

- Arme el dispositivo como se muestra en la Figura 6.
- Coloque el contenedor con el orificio de 5 mm en la base del tanque y la escala en la posición inferior.
- Llene el vaso precipitado de graduado de polipropileno de 2000 ml.
- Registre el nivel inicial del agua en la hoja de pruebas.
- Abra la válvula del desagüe y simultáneamente ponga a funcionar el cronometro y mida el tiempo necesario para que el tanque se vacíe completamente a través del orificio.
- Repita las observaciones para niveles menores esparcidos igualmente desde el nivel máximo a cero.
- Cambie el contenedor con el orificio de 8 mm de diámetro y repita las observaciones para los mismos niveles.

Resultados

Tabla 1. Tiempos teóricos y experimentales del vaciado del contenedor.

Diámetros (mm)	Nivel del agua (ml)	Tiempo teórico (s)	Tiempo experimental (s)
5 mm			
5 mm			
5 mm			
8 mm			
8 mm			
8 mm			

Fuente: Elaboración propia.

Cálculos

Registre las siguientes dimensiones:

Densidad del agua

$$\rho = 997 \text{ kg} / \text{m}^3$$

Volumen del agua

$$V =$$

Área superficial del recipiente

$$A_1 =$$

Área de salida

$$A_2 =$$

Lectura del nivel del recipiente

$$h =$$

Determine el tiempo teórico

$$t =$$

Medición del tiempo real

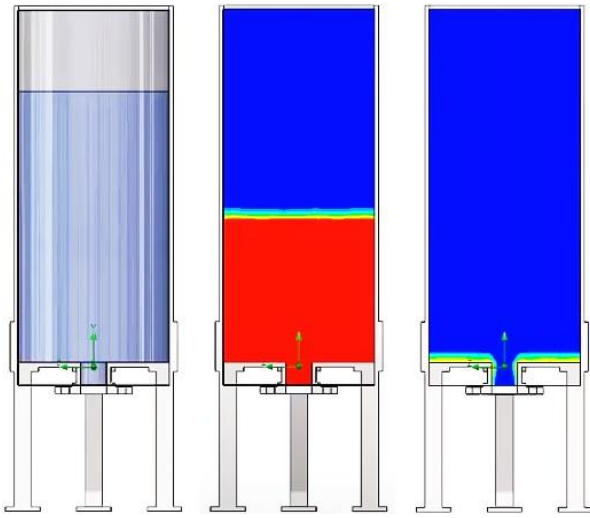
$$t_t =$$

Compare el tiempo teórico con el tiempo experimental e interprete los resultados obtenidos

Simulación

Con ayuda del software SolidWorks (SOLIDWORKS® Flow Simulation es una intuitiva solución de dinámica de fluidos computacional (CFD, del inglés "Computational Fluid Dynamics") integrada en SOLIDWORKS 3D CAD que le permite simular de forma rápida y sencilla flujos de líquido y gas a través y alrededor de sus diseños para calcular así el rendimiento y las capacidades del producto) determine la temperatura de enfriamiento con respecto al tiempo.

Figura 11. Vaciado del contenedor



Fuente: Elaboración propia

Conclusiones

Se determinó el tiempo teórico de vaciado de un contenedor, a partir del principio de Bernoulli, Torricelli y la ecuación de continuidad, para compararlo con el tiempo experimental. Asimismo, se determinó la lectura del nivel del recipiente, a través de la escala graduada en el contenedor, para determinar el caudal del fluido.

Agradecimientos

El trabajo descrito en la presente práctica de laboratorio fue financiado por la beca otorgada por **PROMEP**. Asimismo, le agradezco al **Dr. Jorge Zuno Silva**, quien es *Director de la Escuela Superior de Ciudad Sahagún-UAEH*, México, por todas las facilidades para concluir este trabajo.

Referencias

- Abalat, P. R. (2000). *Termodinámica Aplicada*. Barcelona, España: Ediciones de la Universidad de Barcelona.
- Cengel, Y. A., Boles, M. A. (2001). *Thermodynamics: An Engineering Approach*. New York, US: McGraw Hill.
- Joffré, J. E. (1993). *Termodinámica Metalúrgica*. San Luis Potosí, México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- Huang, F. F. (2001). *Ingeniería Termodinámica Fundamentos y Aplicaciones*. D. F., México: Compañía Editorial Continental, S. A de C. V.
- Moran, M. J., Shapiro, H. N. (2005). *Fundamentos de Termodinámica Técnica*. Barcelona, España: Reverté, S. A.
- TP Laboratorio Químico, (2022), *Materiales e instrumentos de un laboratorio*, recuperado de <https://www.tplaboratorioquimico.com/laboratorio-quimico/materiales-e-instrumentos-de-un-laboratorio-quimico.html>
- Wark, K. (1991). *Termodinámica*. D. F., México: McGraw Hill.