

ARTÍCULO CIENTÍFICO

DISEÑO Y MODELO CINEMÁTICO DE UN ROBOT DELTA PARA EL DIAGNÓSTICO Y REHABILITACIÓN

Jorge Gudiño-Lau^[a], Janeth Alcalá-Rodríguez^[a], Henry Narrarro ^[a], Daniel Velez-Díaz^[b], Saida Charre-Ibarra^[a]

RESUMEN

Este artículo introduce el diseño mecánico y el modelo cinemático de un robot paralelo tipo delta, para su aplicación en el área de la medicina, específicamente para la rehabilitación y diagnóstico de extremidad superior de pacientes niños. Además, se presenta la historia de los robots paralelos y los principales componentes de los robots delta. El diseño mecánico es realizado en un software especializado Solidworks® y el análisis matemático para obtener el modelo cinemático se utiliza Matlab®. Para validar que el modelo cinemático del robot delta se utilizan los dos software antes mencionados.

Palabras clave: Robots paralelos, robots delta, modelo cinemático, diagnóstico y rehabilitación.

ABSTRACT

This article introduces the mechanical design and kinematic model of a parallel delta robot, for application in the medical field, specifically for the rehabilitation and diagnosis of upper limb of children patients. In addition, present the history of parallel robots and the main components of delta robots. The mechanical design is done in software Solidworks® and the mathematical analysis to obtain the kinematic model uses Matlab®. To validate that the kinematic model of the delta robot uses the two software mentioned above.

Palabras clave: Parallel robots, delta robots, kinematic model, diagnosis and rehabilitation

I. INTRODUCCIÓN

Los robots paralelos tipo delta empleado en este artículo, también es conocido como robot de cadena cerrada, consiste de una plataforma móvil unida a la base fija de la misma forma y de menor dimensión, unida por medio de varios brazos, cada brazo está controlado por un servomotor, estos generan un movimiento.

Los primeros trabajos de robots paralelos fue realizado por Gwinnett en 1931, diseñó una plataforma de movimiento espacial, conectados a unos asientos de un teatro con tal de dar un aspecto más real de movimientos en la producción, con el objetivo de dar un mejor espectáculo para los asistentes, pero nunca llego a construirse. El diseño de este robots paralelos es mostrado en la Figura 1 (Gwinnett,1931 y Merlet, 2006).

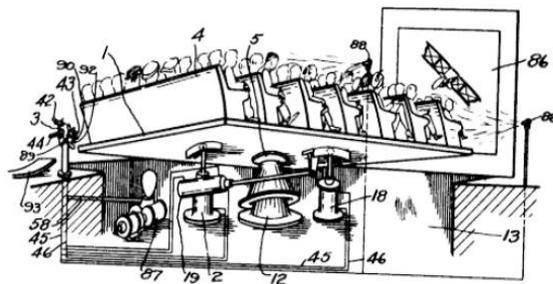


Figura 1. Diseño de plataforma de Gwinnett

En 1942 W.L.V Pollard patentó un robot paralelo (Position- Controlling Apparatus) este sistema se diseño para pintar los automóviles, sin embargo quedo solamente en un buen diseño, en la Figura 2 se muestra el diseño.

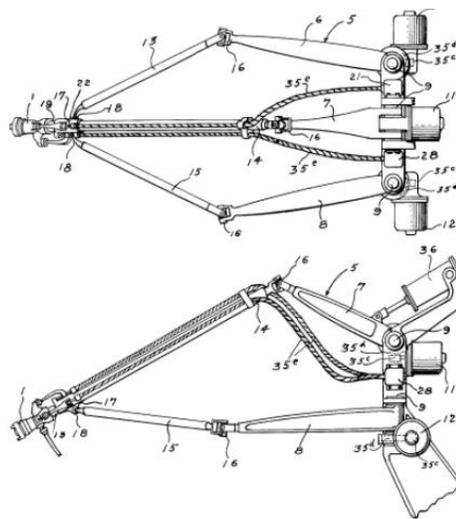


Figura 2 Robot paralelo W.L.V Pollard

Gough y Stewart diseñaron un robot paralelo como se muestra en la Figura 3, la plataforma es conocida como Stewart, es de 6 grados de libertad y fue diseñada como simulador de vuelo. Este robot fue el primer prototipo de mecanismo paralelo con seis actuadores prismáticos, comúnmente hidráulicos.

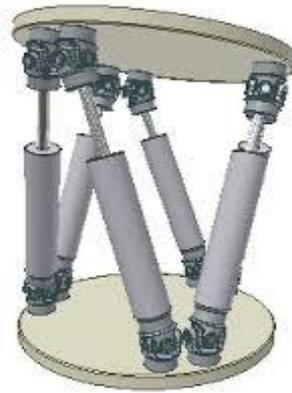


Figura 3 Plataforma de Stewart

En 1967 Cappel diseño y construyo un simulador de vuelo utilizando el mismo principio que la plataforma de Gough, esta estructura física se modelo y diseño más sofisticada, como se muestra en la Figura 4 se muestra. Esta plataforma es de gran utilidad hoy en día y tienen aplicaciones en los simuladores de vuelo, como se muestra en la Figura 5 (Cappel, 1967, Merlet, 2006).

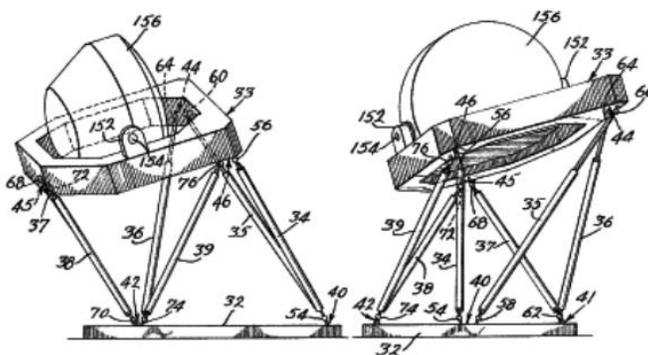


Figura 4 Robot paralelo K.L. Cappel

Estas plataformas hoy en día son de gran utilidad y tienen aplicaciones en los simuladores de vuelo, como se muestra en la Figura 5, esta plataforma hoy en día se utiliza como tecnología de máquinas y de grúa, de investigación de rescate aire-mar, posicionamiento antena parabólica, telescopios y cirugía ortopédica. El empleo de esta plataforma es más de uso industrial, ya que tiene que ver con los simuladores y todo el sistema de automatización automatiz.



Figura 5 Simuladores de vuelo.

El principal pionero del desarrollo de robots paralelos tipo Delta fue Raymond Clavel, ya que sus principales investigaciones fueron encaminadas a la investigación de la robótica. El robot paralelo de Clavel fue diseñado de forma simétrica, espacial y compuesto por tres eslabones paralelos iguales, como se visualiza en la Figura 6, además tiene una base fija en forma de triángulo equilátero, de 3 grados de libertad y un efector final, Rey (1999).

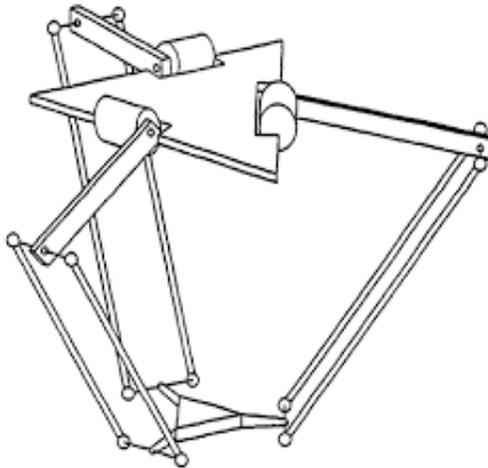


Figura 6 Robot paralelo tipo Delta

Como se puede observar, existen muchas aplicaciones de robots paralelos, este artículo tiene como objetivo diseñar un prototipo de robot manipulador paralelo tipo delta de bajo costo y de arquitectura abierta, con aplicación al diagnóstico y rehabilitación de extremidad superior específicamente muñeca de pacientes infantiles.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA O EXPOSICIÓN DEL CASO

Actualmente la robótica ha venido creciendo y las investigaciones están encaminadas principalmente a la robótica médica y pensar que hace algunas décadas la robótica parecía de ciencia ficción. El uso de los robots en la rehabilitación ha tenido mucho auge en los últimos años, ya que permite ayudar a personas en lograr los movimientos físicos naturales y mejorar su calidad de vida. Por lo anterior, este artículo tiene como objetivo diseñar un prototipo de robot manipulador paralelo tipo delta aplicado al diagnóstico y rehabilitación de extremidad superior específicamente muñeca de pacientes infantiles.

III. CONOCIMIENTO PREVIO

En esta sección se muestran algunos conceptos básicos relacionados con los robots paralelos tipo delta.

III.1 Adquisición de datos.

La adquisición de datos (DAQ) es el proceso de medir con una computadora personal (PC) un fenómeno eléctrico o físico como voltaje, corriente, temperatura, presión o sonido. Un sistema DAQ consiste de sensores, hardware de medidas DAQ y una PC con software programable, en la Figura 7 se muestra DAQ. Comparando las tarjetas de adquisición de datos tradicionales con los sistemas DAQ, estos últimos son basados en PC aprovechan la potencia del procesamiento, la productividad, la visualización y las habilidades de conectividad de las PCs estándares en la industria proporcionando una solución de medidas más potente, flexible y rentable (National, 2016).



Figura 7 Tarjeta de adquisición de datos

III.2 Encoders

Los encoders son sensores de posición que generan señales digitales en respuesta al movimiento y son utilizados en muchas aplicaciones. Los encoders son también conocidos como codificadores rotatorios y son mecanismos que pueden medir aparte de la posición, la velocidad y la aceleración del rotor de los motores. Los encoders pueden ser: incrementales, estos generan pulsos mientras se mueven, son empleados para medir la posición y velocidad; y el absoluto genera multi-bits digitales, que indican directamente su posición actual, un encoder es mostrado en la Figura 8 (Balcells, 1997).

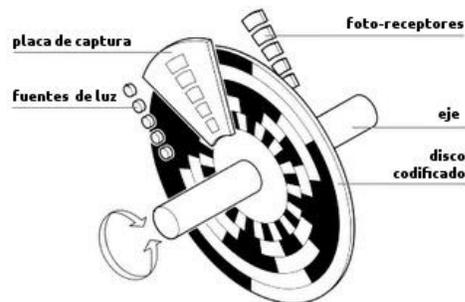


Figura 8. Encoder del tipo incremental

III.3 Actuadores

Los actuadores suministran las señales necesarias a las articulaciones para producir movimiento rotatorio. Los actuadores empleados en robótica pueden ser servomotores, elementos neumáticos, eléctricos o hidráulicos. En este trabajo se utiliza un motor y es una máquina que convierte la energía eléctrica en mecánica, produciendo un movimiento rotatorio, debido a la acción que se genera del campo magnético. La Figura 9 se muestra un motor de CD con una caja de engranes (Navarro, 1989).



Figura 9. Motor de CD

III.4 Articulaciones

Las articulaciones son uniones formadas por servomotores que permiten la conexión y movimiento relativo entre dos eslabones consecutivos del robot. Dependiendo del tipo de movimiento que produzcan las articulaciones del robot pueden ser de tipo rotacional o lineal. Las articulaciones del tipo lineal también son conocidas como prismáticas. En la Figura 10 se muestran los tipos de articulaciones.

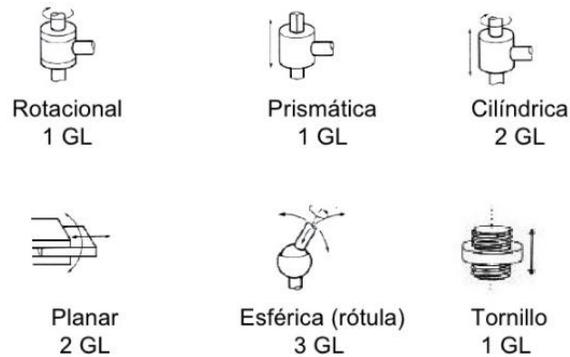


Figura 10. Tipos de articulaciones.

IV. ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL ROBOT DELTA

En esta sección se muestra el prototipo del robot paralelo tipo delta realizado en el software de SolidWorks®, para realizar el análisis cinemático y dinámico.

IV. Geometría del robot delta diseñado

Para comprender la geometría del robot delta es necesario hacer un análisis de algunas de las proyecciones ortogonales del robot, en las que se puedan apreciar los vectores de posición de cada uno de los eslabones de las piernas, así como la ubicación de los sistemas de coordenadas fijo (base) y móvil (efector final). La geometría del prototipo del robot paralelo tipo Delta es mostrado en la Figura 11, donde se observa la asignación de los ejes en la base fija y en la base móvil.

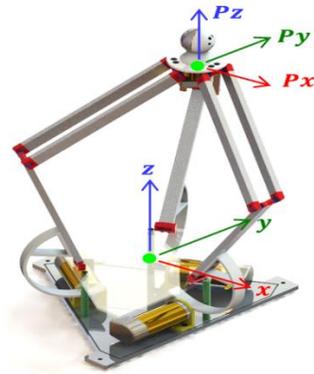


Figura 11. Asignación de los sistemas de coordenadas.

En las Figuras 12, 13 y 14 se aprecian las vistas lateral (perfil), posterior (trasera) y superior (planta) del robot paralelo tipo delta, en ellas se observa la nomenclatura utilizada en este trabajo y que utilizan para obtener la cinemática directa e inversa.

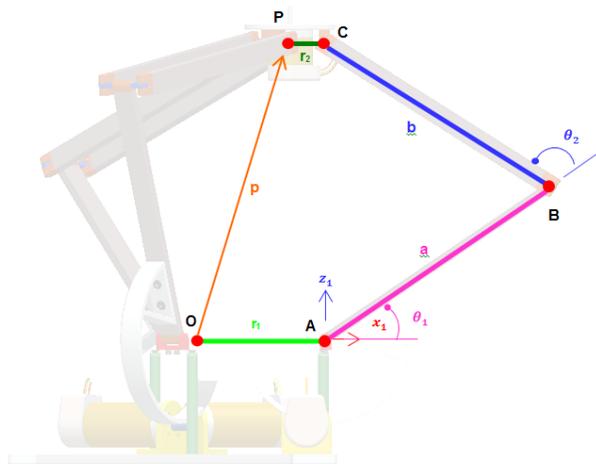


Figura 12. Perfil del robot.

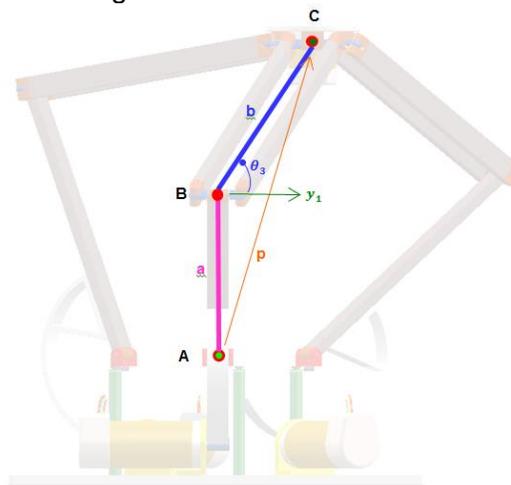


Figura 13. Posterior del robot.

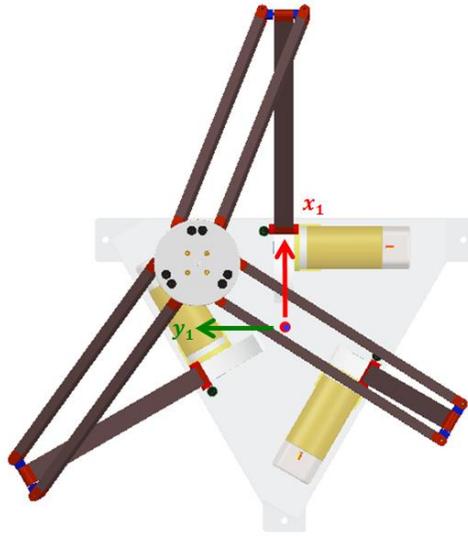


Figura 14. Planta del robot y sistema de referencia.

Analizando las Figuras 12 y 13 vista lateral y posterior respectivamente, para la pierna $i = 1$, se tiene la posición del punto C respecto de O siguiendo los segmentos \overline{OA} , \overline{AB} , y \overline{BC} e igualando con \overline{OP} y \overline{PC} , quedando de la siguiente manera:

$$\overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{OP} + \overline{PC} \quad (1)$$

Para facilitar el desarrollo de la solución, la ecuación anterior se reescribe como:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{OP} + \overline{PC} - \overline{OA} \quad (2)$$

Cada uno de los términos de la ecuación (2) se pueden escribir en un arreglo matricial, además, utilizando $\text{Cos}\theta_1 = C\theta_1$ y $\text{Sen}\theta_1 = S\theta_1$, para simplificar:

$$\overline{OA} = \begin{bmatrix} r_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{AB} = \begin{bmatrix} aC\theta_1 \\ 0 \\ aS\theta_1 \end{bmatrix}, \quad \overline{BC} = \begin{bmatrix} bC(\theta_1 + \theta_2)S\theta_3 \\ bC\theta_3 \\ bS(\theta_1 + \theta_2)S\theta_3 \end{bmatrix}, \quad \overline{PC} = \begin{bmatrix} r_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\overline{OP} = \begin{bmatrix} C\phi_i & S\phi_i & 0 \\ -S\phi_i & C\phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x C\phi_i + P_y S\phi_i \\ -P_x S\phi_i + P_y C\phi_i \\ P_z \end{bmatrix}$$

Resaltar que, el ángulo ϕ_i muestra la orientación de las piernas del robot desde el eje X del sistema de referencia hasta r_1 , con valores de 0° para la pierna $i = 1$, 120° para la pierna $i = 2$ y 240° para la pierna $i = 3$, Tsai (1999).

IV. Cinemática inversa

El objetivo de la cinemática inversa es conocer los valores de θ_{11} , θ_{21} y θ_{31} . Para obtener los valores de los ángulos, primero hay que definir las coordenadas del punto C (C_x, C_y, C_z) para la pierna $i = 1$, Tsai (1999):

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} = \overline{AB} + \overline{BC} = \begin{bmatrix} aC\theta_{11} \\ 0 \\ aS\theta_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} bC(\theta_{11} + \theta_{21})S\theta_{31} \\ bC\theta_{31} \\ bS(\theta_{11} + \theta_{21})S\theta_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aC\theta_{11} + bC(\theta_{11} + \theta_{21})S\theta_{31} \\ bC\theta_{31} \\ aS\theta_{11} + bS(\theta_{11} + \theta_{21})S\theta_{31} \end{bmatrix} \quad (3a)$$

$$\begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} = \overline{OP} + \overline{PC} - \overline{OA} = \begin{bmatrix} P_x C\phi_1 + P_y S\phi_1 + r_2 - r_1 \\ -P_x S\phi_1 + P_y C\phi_1 \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\phi_1 & S\phi_1 & 0 \\ -S\phi_1 & C\phi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_2 - r_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3b)$$

Igualando ecuaciones (3^a) y (3b) se puede obtener θ_{31} , esto es:

$$\theta_{31} = \text{Cos}^{-1} \left(\frac{-P_x S\phi_1 + P_y C\phi_1}{b} \right) \quad (4)$$

Notar que el ángulo ϕ_1 tiene valor de cero. Entonces, el valor de θ_{31} con $\phi_1 = 0$ esta dado por:

$$\theta_{31} = \text{Cos}^{-1} \left(\frac{P_y}{b} \right) \quad (5)$$

Continuando con la solución del problema de la cinemática inversa, cualquiera de los ángulos θ_{11} ó θ_{21} solo se puede obtener de (3^a). Se hace esta suma de los cuadrados de C_x, C_y y C_z para encontrar θ_{21} .

$$C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 = a^2 + b^2 + 2abS\theta_{31}C\theta_{21} \quad (6)$$

despejando se tiene:

$$\theta_{21} = \text{C}^{-1} \left(\frac{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 - a^2 - b^2}{2abS\theta_{31}} \right) \quad (7)$$

Para obtener el ángulo θ_{11} se suman los cuadrados de C_x, C_y y C_z de (3a), después de algunas manipulaciones matemáticas se tiene:

$$C_x + C_y + C_z = aC\theta_{11} + bC(\theta_{11} + \theta_{21})S\theta_{31} + bC\theta_{31} + aS\theta_{11} + bS(\theta_{11} + \theta_{21})S\theta_{31} \quad (8)$$

La ecuación (8) se puede escribir como:

$$\begin{aligned} & C_x + C_y + C_z \\ & = aC\theta_{11} + bS\theta_{31}C\theta_{11}C\theta_{21} - bS\theta_{31}S\theta_{11}S\theta_{21} + bC\theta_{31} + aS\theta_{11} \\ & + bS\theta_{31}S\theta_{11}C\theta_{21} + bS\theta_{31}C\theta_{11}S\theta_{21} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\sin(\theta_{11}) = \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_{11}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{11}}{2}\right)} \quad \cos(\theta_{11}) = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_{11}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{11}}{2}\right)}$$

Sustituyendo en (9), se tiene:

$$\begin{aligned} \underbrace{C_x + C_y + C_z}_{C} &= (a + bS\theta_{31}C\theta_{21} + bS\theta_{31}S\theta_{21} + bC\theta_{31}) \\ &- \underbrace{(a + bS\theta_{31}C\theta_{21} + bS\theta_{31}S\theta_{21} + bC\theta_{31} + C_x + C_y + C_z)}_A \operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta_{11}}{2}\right) \\ &+ \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_{11}}{2}\right) \underbrace{2(a - bS\theta_{31}S\theta_{21} + bS\theta_{31}C\theta_{21})}_B \end{aligned} \quad (10)$$

Haciendo un cambio de variable en (10) y rescribiendo se tiene

$$0 = -A \operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta_{11}}{2}\right) + B \operatorname{tg}\left(\frac{\theta_{11}}{2}\right) + C \quad ((11))$$

Resolviendo la ecuación (11) se tiene:

$$(\theta_{11})_{1,2} = 2 \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}\right) \quad ((12))$$

IV. Cinemática directa

Para la obtener la cinemática directa es necesario tener los valores de θ_{11} , θ_{21} y θ_{31} , y con ello encontrar los valores del efector final de la plataforma móvil, Tsai (1999). De la ecuación (2) se tiene:

$$\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{PC} \quad ((13))$$

y su representación matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} aC\theta_{11} \\ 0 \\ aS\theta_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} bC(\theta_{11} + \theta_{21})S\theta_{31} \\ bC\theta_3 \\ bS(\theta_{11} + \theta_{21})S\theta_{31} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

V. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

Para la validación de la cinemática directa e inversa, se analiza el robot en tres distintas posiciones, cambiando los ángulos de una pierna en el modelo en SolidWorks®, los resultados de los demás ángulos se corroboran con los obtenidos en Matlab®, observándose en ellos valores idénticos.

Se toman de manera arbitraria los valores de $\theta_{11} = 60^\circ$, $\theta_{21} = 80^\circ$ y $\theta_{31} = 70^\circ$, con estos tres ángulos se posiciona el robot delta en 3D realizado en SolidWorks® y se observa la posición angular de las otras dos piernas definida por θ_{21} , θ_{22} , θ_{23} , θ_{31} , θ_{32} y θ_{33} , los valores se ingresan a la ecuación (13) y con la ayuda de Matlab® se tiene los siguientes ángulos:

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} & \theta_{13} \\ \theta_{21} & \theta_{22} & \theta_{23} \\ \theta_{31} & \theta_{32} & \theta_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60.00 & 46.57 & 72.72 \\ 80.00 & 84.19 & 75.85 \\ 70.00 & 100.86 & 98.83 \end{bmatrix} \quad (15)$$

La posición angular para la pierna 1 y 3 se muestra en la Figura 15, y para la pierna 2 se obtienen desde una nueva orientación del croquis 3D, señalada en la Figura 16.

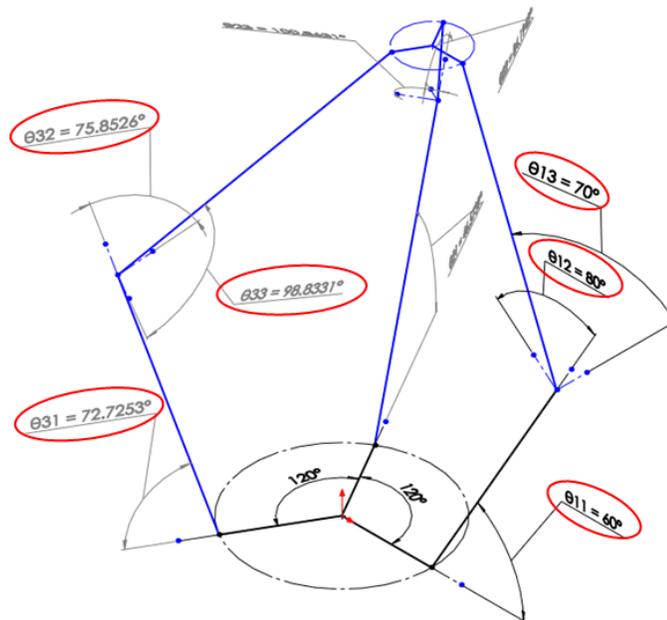


Figura 15. Croquis 3D en SolidWorks® para las piernas 1 y 3

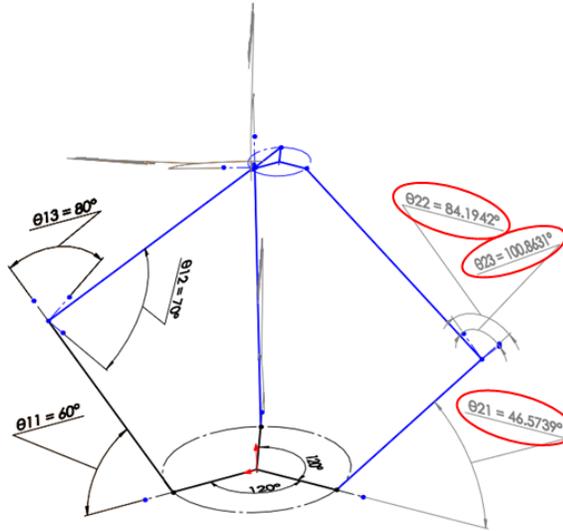


Figura 16. Croquis 3D en SolidWorks® para la pierna 2.

Los ángulos mostrados en SolidWorks® son introducidos a la ecuación (14) y se tienen los siguientes resultados para las coordenadas de posición del punto P desde O .

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.0384 & 71.5672 & -76.5308 \\ 85.5050 & -47.1025 & -38.3758 \\ 367.5120 & 367.5251 & 367.5352 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Los elementos de la columna 1 en (16) corresponden a las coordenadas del punto P desde el sistema de referencia predeterminado ubicado en O y están dados en milímetros, ver Figura 12 y visto para la pierna 1 donde $\varphi_1 = 0^\circ$, lo mismo ocurre para la segunda y tercera columna con las piernas 2 y 3 con $\varphi_2 = 120^\circ$ y $\varphi_3 = 240^\circ$ respectivamente.

Las Figura 17, 18 y 19 muestran el resumen y la medición realizada en SolidWorks® y por la ecuación de (14) realizada en Matlab®. En la Figura 17, se observa el eje x orientado en dirección de la que se considera la pierna 1, se observa los valores obtenidos en SolidWorks® corresponden a los obtenidos en Matlab®, ver los resultados en la ecuación (16). En la Figura 18, el eje x ahora está orientado con una rotación de 120° , es decir, hacia donde se ubica la pierna 2, de igual manera coinciden los datos obtenidos tanto en SolidWorks® y Matlab®.

En la Figura 19, el eje x ahora está orientado con una rotación de 240° , es decir, hacia donde se ubica la pierna 3, y como se puede observar los datos son los mismos obtenidos por los dos softwares. Por lo que se puede concluir que la cinemática directa e inversa fueron bien calculados.

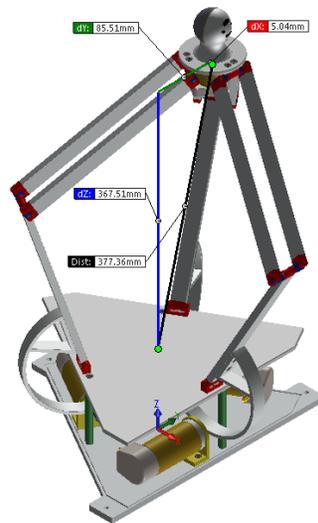


Figura 17. Validación en SolidWorks® y Matlab® para P (P_x, P_y, P_z) con $\varphi_1 = 0^\circ$.

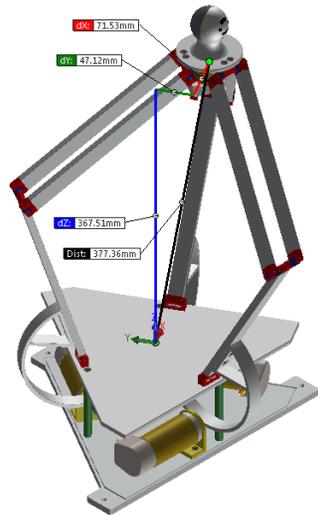


Figura 18. Validación en SolidWorks® y Matlab® para P (P_x, P_y, P_z) con $\varphi_2 = 120^\circ$.

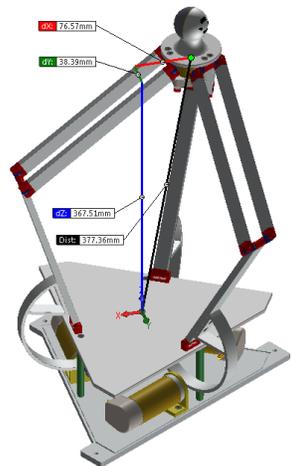


Figura 19. Validación en SolidWorks® y Matlab® para P (P_x, P_y, P_z) con $\varphi_3 = 240^\circ$.

CONCLUSIONES

En este artículo se muestra la historia de los robots paralelos tipo delta, así como algunos conceptos de robots deltas. Además se hace un análisis de la cinemática directa e inversa de forma detallada, para demostrar que fue bien calculada se valida experimentalmente. Las ecuaciones del modelo cinemático se programa en Matlab® y los resultados obtenidos, son comparados con el diseño real del robot paralelo tipo delta en SolidWorks®, ambos resultados son idénticos, por lo que se puede concluir que el diseño mecánico es el correcto.

REFERENCIAS

- Balcells, J. y Romeral, J.L. (1997). Autómatas Programables. España. Editorial Marcombo. ISBN 84-267-1089-1.
- Cappel, K.L. (1967). Motion simulator. US Patent No. 3,295,224.
- Gwinnett, J.E. (1931). Amusement device. US Patent No. 1,789,680.
- Merlet, J. P. (2006). Parallel Robots. Netherlands. Springer. ISBN-13 978-4020-4133-4
- National. (2016). National Instruments Corporation. Obtenido de National Instruments.
- Rey, L. y R. Clavel. (1999). Parallel Kinematic Machines, Theoretical Aspects and Industrial Requirements. Springer-Verlag. London.
- Sanjurjo Navarro R. (1989). Máquinas Eléctricas. Madrid: McGraw-Hill. ISBN 9788415214144
- Stewart, D. (1966). A Platform with Six Degrees of Freedom: A new form of mechanical linkage which enables a platform to move simultaneously in all six degrees of freedom developed by Elliott-Automation. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, Vol. 38 Issue: 4, pp.30-35. ISSN: 0002-2667
- Tsai Lung-Wen. (1999). Robot Analysis: The mechanic of Serial and Parallel Manipulators. Editorial: John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-32593-7.

[a] Profesor Investigador de la Facultad de Ingeniería Electromecánica, de la Universidad de Colima. scharre@ucol.mx, jglau@ucol.mx, janeth_alcala@ucol.mx.

[b] Profesor Investigador del Área Académica de Ingenierías, en la Escuela Superior de Tlahuelilpan, de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. daniel@uaeh.edu.mx