MÉTODOS ALTERNATIVOS EN LA BÚSQUEDA DE LOS PUNTOS CRÍTICOS Y DERIVADAS DE ALGUNAS FUNCIONES

Carlos Rondero, Alexander Karelin y Anna Tarasenko
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México
rondero@uaeh.reduaeh.mx, skarelin@uaeh.reduaeh.mx, anataras@uaeh.reduaeh.mx

Resumen
Para hacer sentir más profundamente qué son los puntos mínimos y máximos es útil regresar a sus definiciones. Se proponen ejemplos de funciones como polinomio de tercer grado, seno, coseno y otras para las cuales se encuentran puntos críticos sin usar la derivada.

Las nociones del límite y derivada de una función en un punto son tradicionalmente difíciles de comprender por parte de los alumnos de bachillerato y licenciatura. Las dificultades se encuentran precisamente en las definiciones de estas nociones, no en la aplicación de las reglas formales y en el uso de las fórmulas.

Consideramos funciones tales que en cada punto de su gráfica pasa sólo una recta L al respecto de la cual la gráfica misma está por encima o por debajo de ella y no tiene otros puntos de intersección. La idea básica es la siguiente: se resta de la función, la ecuación de la recta L, que corresponde a un punto x_0 de tal forma que ahora una nueva función cuyo mínimo o máximo esta precisamente en x_0.

Este método nos ayuda a relacionar la derivada de una función en un punto dado con los puntos mínimos y máximos. El manejo de tales técnicas puede ayudar a los estudiantes de matemáticas de diferentes niveles educativos a asimilar métodos de análisis sobre características gráficas de las funciones. Su puesta en escena se ha hecho con estudiantes de maestría en matemática educativa para evidenciar aspectos geométricos y analíticos que complementan el estudio de la derivada y sus aplicaciones.

No queremos sustituir los métodos clásicos, pero proponemos un enfoque alternativo que posibilite al estudiante entender mejor las nociones básicas del cálculo a través de métodos no tradicionales para analizar el comportamiento de las funciones.

Se muestra una conexión entre la búsqueda de los puntos mínimos y máximos y el cálculo de la derivada de una función. Después en base a la interpretación geométrica de la concavidad, se propone hallar la derivada en un punto de algunas funciones simples.

Conexión entre las nociones de los puntos mínimos, máximos y la derivada

Consideremos las funciones $y = y(x)$ para las cuales en cada punto (x_0, y_0) de su gráfica $L:\{(x, y(x):)\}$ existe una y solo una recta $R(x_0, y_0) = m_{x_0} \cdot x + p_{x_0}$ que pasa por el punto (x_0, y_0), no tiene otros puntos comunes con la grafica L y L está ubicada arriba o abajo con respecto de la recta $R(x_0, y_0)$. La clase de tales funciones vamos a denotar D. La clase de tales rectas para una función $y = f(x)$ vamos a denotar como $T(f)$.