



**UAEH**®

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo



**Área Académica:** Matemáticas

**Tema:** Fórmula de la derivada de la división de funciones

**Profesor:** Mto. Antonio López Jottar

**Periodo:** Julio – Diciembre 2018



**Tema:** Fórmula de la derivada de la división de funciones

**Resumen:** Demostración de la fórmula de la derivada de la división de funciones, a través de la definición de derivada

**Palabras clave:** Derivada, División, Funciones





**Tema:** Formula to derive the division of functions

**Abstract:** Demostración de la fórmula para la derivada de la división de funciones, a través de la definición de la derivada

**Keywords:** Derivative, Division, Functions.



## DEFINICIÓN DE LA DERIVADA:


$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[ \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right]$$


**Dada la función:**  $f(x) = \frac{u}{v}$

**Entonces:**  $f(x + \Delta x) = \frac{u + \Delta u}{v + \Delta v}$



**Por lo que:**

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{u + \Delta u}{v + \Delta v} - \frac{u}{v}}{\Delta x}$$



**Resolviendo la fracción del numerador:**

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{v(u + \Delta u) - u(v + \Delta v)}{v(v + \Delta v)}}{\Delta x}$$



**Por fracción equivalente y simplificando:**

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{vu + v\Delta u - uv - u\Delta v}{\Delta x}}{v(v + \Delta v)} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{v\Delta u - u\Delta v}{v(v + \Delta v)}$$



**Aplicando propiedades de los límites**

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \frac{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} v \frac{\Delta u}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} u \frac{\Delta v}{\Delta x}}{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} v(v + \Delta v)} = \frac{v \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} - u \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta x}}{\lim_{\Delta x \rightarrow 0} v^2 + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} v \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta v}$$





**Como:**

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{dv}{dx} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} v^2 = v^2 \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} v = v \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta v = 0$$

**Sustituyendo estos valores en la expresión anterior:**

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2 + v * 0}$$



**Por lo que finalmente se obtiene la fórmula para derivar la división de funciones:**

$$\frac{d \frac{u}{v}}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$



## **Bibliografía**

Granville, W. A. Cálculo Diferencial e Integral, Ed. Limusa. México 2009

Stewart, J. Cálculo Diferencial e Integral. Ed. Thomson. México 1999



## Datos del autor

- Autor: Antonio López Jottar
- [antonio\\_lopez@uaeh.edu.mx](mailto:antonio_lopez@uaeh.edu.mx)
- Escuela Preparatoria No. 2
- Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
- País, México.

