UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

ESCUELA PREPARATORIA DE IXTLAHUACO

Escuela Preparatoria Ixtlahuaco

Tema: 1.1 Definición de Integral indefinida y constante de integración

Lic. Lucia Hernández Granados

Julio- Diciembre 2019

Tema: 1.1 Definición de Integral indefinida y constante de integración

Resumen

Los procesos matemáticos empleados en la resolución de integrales requieren de conocimientos básicos de álgebra y trigonometría, de tu capacidad deductiva y de tu trabajo constante El cálculo proporciona a los estudiantes, ingenieros y tecnólogos los conocimientos necesarios para operar y aplicar funciones matemáticas con variable real en el planteamiento y solución de situaciones prácticas que llegan a presentarse en su ejercicio profesional.

Tema: 1.1 Definición de Integral indefinida y constante de integración

Abstract

The mathematical processes used in the resolution of integrals require basic knowledge of algebra and trigonometry, your deductive capacity and your constant work

The calculation provides students, engineers and technologists with the necessary knowledge to operate and apply mathematical functions with a real variable in the approach and solution of practical situations that come to present in their professional practice.

Objetivo general: El alumno aplica los conceptos de integrales definidas e indefinidas, partiendo de la interpretación de las reglas de integración inmediata obtenidas como operación inversa de la diferenciación; mediante el uso de los métodos de integración más comunes como son: integración por sustitución, integración por partes, integración por sustitución trigonométrica e integración por fracciones parciales argumenta la solución obtenida en la resolución de problemas relacionados con el cálculo de áreas acotadas por funciones, auxiliándose de las TIC's y mostrando una actitud de respeto y tolerancia en un ambiente de aprendizaje colaborativo.

Nombre de la unidad:

UNIDAD I: INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO INTEGRAL E INTEGRAL INDEFINIDA

Objetivo de la unidad: El alumno explica e interpreta la importancia de la integral indefinida y su constante, aplica las propiedades de la integral para resolver integrales usando artificios algebraicos.

Tema:

1.4 Integración por el método de sustitución o cambio de variable

Introducción:

El Cálculo Integral, parte de la comprencion: ¿Qué es? y ¿Cómo se relaciona? con tu curso anterior de Cálculo Diferencial, así como ofrecerte las explicaciones necesarias y los problemas “tipo” resueltos de manera clara y sencilla que aunadas a las explicaciones dadas en clase por tu profesor, te permitirán iniciarte rápidamente en la resolución de integrales inmediatas de tipo algebraico, trigonométrico, exponencial y logarítmico.

El método consiste en sustituir el integrando o parte de éste por otra función para que la expresión resultante sea más fácil de integrar. Si escogemos un cambio de variable de modo que al aplicarlo obtenemos en el integrando una función multiplicada por su derivada, la integral será inmediata. Pero en ocasiones un cambio mal escogido puede complicar más la integral.

Integral	Cambio recomendable
$\int (a^x) dx$	$z = a^x$
$\int (e^x) dx$	$z = e^x$
$\int (x, \ln x) dx$	$z = \ln x$
$\int (x, arc \ldots) dx$	$z = arc \ldots$
$\int (\sin^m x, \cos^n x)$	$z = \cos x$ si m impar $z = \sin x$ si n impar $z = \tan x$ si m, n pares
$\int (x, \sqrt{a^2 - b^2x^2}) dx$	$x = \frac{a}{b} \sin t$
$\int (x, \sqrt{a^2 + b^2x^2}) dx$	$x = \frac{a}{b} \tan t$
$\int (x, \sqrt{b^2x^2 - a^2}) dx$	$x = \frac{a}{b} \sec t$

Nota previa: en algunas de las integrales utilizaremos que

$$\int sin^2(x)dx = \frac{x}{2} - \frac{sin(x) \cdot cos(x)}{2}$$

$$\int cos^2(x)dx = \frac{x}{2} + \frac{sin(x) \cdot cos(x)}{2}$$

Integral 1

$$\int \frac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}}\,dx$$

Nota 1: esta integral es en realidad inmediata, pero la vamos a resolver mediante sustitución.

Nota 2: en esta integral aplicamos dos cambios de variable para hacer notar, por un lado, que existen múltiples primitivas para una misma función. Y, por otro lado, que pueden aplicarse distintos cambios de variables. No obstante, un cambio de variable mal escogido puede complicar la integral.

La idea es aplicar un cambio de variable de modo que los signos radicales desaparezcan. Esto se consigue, por ejemplo, con el cambio

Cambio de variable 1:

$$z = \sqrt{x}$$

Aislamos x en la expresión anterior elevando al cuadrado:

$$x = z^2$$

Derivamos:

$$dx = 2zdz$$

Aplicamos el cambio en la integral:

$$\int \frac{(1+\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{(1+z)^2}{z} \cdot 2zdz =$$

$$= \int (1+z)^2 \cdot 2dz = 2\int (1+z)^2 dz$$

$$\int \frac{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}} dx$$

Procedimiento:

1. Sea la integral indefinida

$$\int g(x)g'(x)dx = \int u\,du = F(u) + C = F\big(g(x)\big) + C$$

2. Identificar u y du

3. Integra y sustituye

Ejemplo:

$$\int \boldsymbol{x(4x^2+1)^9}\ \mathbf{dx}$$

$$u = 4x^2 + 1$$

$$du = 8x\,dx$$

DIFERENCIALES

$$du = \frac{du}{u}dx$$

$$d(au) = adu$$

$$d(u+v) = du + dv$$

$$\boxed{d(u^n) = nu^{n-1}du}$$

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$d(\ln u) = \frac{du}{u}$$

$$d(e^u) = e^u du$$

$$d(a^n) = a^n \ln a\, du$$

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \ (n, \neq -1)$$

$$\int x(4x^2+1)^9 = \frac{1}{8}\int u^9 \; du = \frac{1}{8}\frac{u^9}{10} + C$$

$$= \frac{1}{8}\frac{(4x^2+1)^{10}}{10} + C$$

Sustituir valores u y du

$$= \frac{1}{80}\,(4x^2+1)^{10} + C$$

$$u = 5 - 6t^2$$

$$du = -\,12t\,dt$$

$$\int t\sqrt[3]{5-6t^2}\;dt = -\frac{1}{12}\int t\sqrt[3]{5-6t^2}\;\text{(-12) dt}$$

$$\text{-}\,\frac{1}{12}\int u^{\frac{1}{3}}\;du = -\frac{1}{12}\,\frac{u^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + \text{C}$$

$$= -\frac{1}{16}\,u^{\frac{4}{3}} + \text{C} \qquad = -\frac{1}{16}\,(5-6t^2)^{\frac{4}{3}} + \text{C}$$

Ejercicios:

1. $\int (5x - \frac{3}{5})^2 \, dx$

2. $\int (3x^2 + 1)^6 \, dx$

3. $\int \frac{x+3}{x^2 - 9} \, dx$

4. $\int f\sqrt{16 - f^2} \, df$

5. $\int (x^3 - 1)^4 \, dx$

Bibliografía

LARSON E. R., HOSTETLER R.P., EDWARDS B. H., Cálculo y Geometría Analítica, Sexta Edición, Volumen 1, Mc Graw Hilll.

STEWART J. , Calculus. Early Trascendentals, Sixth Edition, Thomson

AL SHENK (1997), Cálculo y geometría analítica. Editorial Trillas, facultad de ciencias, Universidad Autónoma del estado de México. • Granville (2010), Cálculo diferencial e integral. Editorial Limusa, México, D.F.