



UAEH®

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo



Área Académica: Matemáticas

Tema: Integración por descomposición en fracciones parciales, factores lineales distintos

Profesor: L.F.T.A Ricardo Arcega Santillán

Periodo: Enero – Junio 2019



Tema: Integración por descomposición en fracciones parciales, factores lineales distintos

Resumen: El método de integración por descomposición en fracciones parciales consiste en convertir un cociente de polinomios en el cual el grado del denominador sea mayor que el numerador, en una suma de fracciones de polinomios de menor grado.

Palabras clave: Cálculo Integral, Fracciones Parciales, Factores Lineales



Tema: Integration by partial fractions, distinct linear factors

Abstract: The method of integration by partial fractions decomposition consists of expressing a quotient of polynomials in which the denominator degree is greater than the numerator, in a sum of fractions of polynomials of lesser degree.

Keywords: Integral Calculus, Partial Fractions, Linear Factors



Ejemplo
Resolver:

$$\int \frac{-x - 143}{x^2 + x - 56} dx$$

El primer paso es factorizar el denominador

$$x^2 + x - 56 = (x + 8)(x - 7)$$

La idea es separar la integral que contiene el cociente en la suma de 2 dos integrales con fracciones más fáciles de integrar, en este ejemplo buscamos que tenga la forma

$$\int \frac{-x - 143}{x^2 + x - 56} dx = \int \frac{A}{x + 8} dx + \int \frac{B}{x - 7} dx$$

Para lograrlo debemos encontrar los valores de A y B



Entonces la suma de las fracciones debe ser igual a la fracción original

$$\frac{A}{x+8} + \frac{B}{x-7} = \frac{-x-143}{x^2+x-56}$$

Se realiza la suma de fracciones heterogéneas del lado izquierdo

$$\frac{A(x-7) + B(x+8)}{(x+8)(x-7)} = \frac{-x-143}{x^2+x-56}$$

Se desarrollan los productos y se obtiene

$$\frac{Ax - 7A + Bx + 8B}{x^2 + x - 56} = \frac{-x - 143}{x^2 + x - 56}$$

Agrupamos términos semejantes y se obtiene

$$\frac{(A+B)x - 7A + 8B}{x^2 + x - 56} = \frac{-x - 143}{x^2 + x - 56}$$



Los numeradores deben ser iguales, entonces:

$$(A + B)x - 7A + 8B = -x - 143$$

Por lo que nos va quedar un sistema de ecuaciones:

Para los coeficientes de x:

$$A + B = -1$$

Para los términos independientes:

$$-7A + 8B = -143$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el método de eliminación por suma y resta, por lo que multiplicamos la primera ecuación por 7

$$\begin{aligned} 7(A + B) &= 7(-1) \\ -7A + 8B &= -143 \end{aligned}$$

Desarrollamos y resolvemos la suma

$$\begin{aligned} 7A + 7B &= -7 \\ -7A + 8B &= -143 \end{aligned}$$

$$+15B = -150$$

Despejamos B

$$B = -150/15 = -10$$



Una vez con el valor de $B=-10$ lo sustituimos en una de las ecuaciones y despejamos el valor de A

$$A + B = -1$$

$$A - 10 = -1$$

$$A = -1 + 10$$

$$A = 9$$

Ya que conocemos los valores de $A=9$ y $B=-10$ regresamos a la integral y sustituimos los valores

$$\int \frac{-x - 143}{x^2 + x - 56} dx = \int \frac{A}{x + 8} dx + \int \frac{B}{x - 7} dx$$

$$\int \frac{-x - 143}{x^2 + x - 56} dx = \int \frac{9}{x + 8} dx + \int \frac{-10}{x - 7} dx$$

Por último resolvemos las integrales que son de la forma $\int \frac{du}{u} = \text{Ln}|u| + C$

$$\int \frac{9}{x + 8} dx + \int \frac{-10}{x - 7} dx = 9 \text{Ln}|x + 8| - 10 \text{Ln}|x - 7| + C$$



Bibliografía

Granville W. (2009).Cálculo diferencial e Integral. México Limusa.

