

INTEGRACIÓN POR PARTES

M.C.C. OLIVIA VÁZQUEZ BAUTISTA

Abstract: In this presentation topics such as the deduction of the integration formula by parts, in which cases this integration artifice is applied and the procedure to follow applying formula and tabulation method with their respective examples; ILATE's method for u and dv identification is also included.

Keywords: integration by parts, formula, ILATE, tabulation, method, examples. por partes, fórmula, ILATE, tabulación, método, ejemplos.

Resumen: En esta presentación se abordan temas como la deducción de la fórmula de integración por partes, en que casos se aplica este artificio de integración y el procedimiento a seguir aplicando fórmula y el método de tabulación con sus respectivos ejemplos; también se incluye el método de ILATE para la identificación de u y dv .

Palabras Clave: integración por partes, fórmula, ILATE, tabulación, método, ejemplos.

INTEGRACIÓN POR PARTES

Deducción de la fórmula

Sean u y v funciones, la diferencial del producto es:

$$d(uv) = u dv + v du$$

Se despeja $u dv$

$$u dv = d(uv) - v du$$

Al integrar la expresión se obtiene la fórmula de integración por partes,

$$\int u dv = uv - \int v du$$

INTEGRACIÓN POR PARTES

La integral por partes se aplica en los siguientes casos:

1. Algebraicas por trigonométricas.
2. Algebraicas por exponenciales.
3. Exponenciales por trigonométricas.
4. Logarítmicas.
5. Logarítmicas por algebraicas.
6. Funciones trigonométricas inversas.
7. Funciones trigonométricas inversas por algebraicas.

INTEGRACIÓN POR PARTES (fórmula)

Procedimiento

Paso 1. Dada la integral $\int v \, du$, seleccionar u y dv .

La función u debe ser derivable y dv debe ser un término fácil de integrar.

El método de ILATE nos ayuda a identificar quién será u y dv , de una manera fácil.

ILATE. Es una palabra que nos permite memorizar nemotécnicamente el orden de prioridad de izquierda a derecha, que se tiene para seleccionar una función como u .

I	L	A	T	E
n	o	l	r	x
v	g	g	i	p
e	a	e	g	o
r	r	b	o	n
s	í	r	n	e
a	t	a	o	n
s				
	m	i	m	c
	i	c	é	i
	c	a	t	a
	a	s	r	l
	s		i	e
			c	s
			a	
			s	

INTEGRACIÓN POR PARTES (fórmula)

Procedimiento

Paso 2. En la fórmula de integración por partes se sustituyen los datos obtenidos del paso anterior, considerando que

$\int v \, du$, no debe ser más complicado que $\int u \, dv$

INTEGRACIÓN POR PARTES (fórmula)

Ejemplo

$$\int \underbrace{x}_{\text{Función algebraica}} \underbrace{\text{sen}(3x)}_{\text{Función trigonométrica}} dx$$

De acuerdo al método de **ILATE** la función algebraica tiene mayor prioridad que la trigonométrica por lo tanto será u .

I
n
v
e
r
s
a
s

L
o
g
a
r
í
t
m
i
c
a
s

A
g
e
b
r
i
t
m
i
c
a
s

T
r
o
n
o
m
é
t
r
i
c
a
s

E
x
p
o
n
e
n
c
i
a
l
e
s

INTEGRACIÓN POR PARTES (fórmula)

Ejemplo

$$u = x$$

Derivamos

$$\frac{du}{dx} = 1$$

$$du = dx$$

$$dv = \text{sen}(3x)dx$$

Integramos

$$\int dv = \int \text{sen}(3x)dx$$

$$v = -\frac{\cos(3x)}{3}$$

En la fórmula de integración por partes
sustituir los datos obtenidos anteriormente

INTEGRACIÓN POR PARTES (fórmula)

Ejemplo

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\int x \operatorname{sen}(3x) \, dx = \underbrace{x(-\cos(3x))}_{\text{Esto ya es parte del resultado. Solo realizamos la multiplicación correspondiente}} - \underbrace{\int -\frac{\cos(3x)}{3} \, dx}_{\text{Resolvemos esta integral}}$$

Esto ya es parte del resultado.
Solo realizamos la
multiplicación correspondiente

Resolvemos
esta integral

$$= -x \cos(3x) - \left(-\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right) \operatorname{sen}(3x) + c$$

$$\int x \operatorname{sen}(3x) \, dx = x \operatorname{sen}(3x) + \frac{\operatorname{sen}(3x)}{9} + c$$

INTEGRACIÓN POR PARTES (tabulación)

El método de tabulación es una forma más sencilla de integrar por partes.

Su desventaja es que solo se puede utilizar cuando u es una función algebraica ya que al derivarla es finita.

INTEGRACIÓN POR PARTES (tabulación)

Procedimiento

Paso 1. Crear una tabla de 3 columnas

Paso 2. Identificar u y dv con el método de ILATE. u va en la segunda columna y dv en la tercera.

Paso 3. Derivar u hasta llegar a 0 e integrar dv hasta llegar al mismo nivel donde $u = 0$.

INTEGRACIÓN POR PARTES (tabulación)

Procedimiento

Paso 4. A la primer fila anotar el signo positivo, después uno negativo y así sucesivamente. En la primer columna.

Paso 5. Realizar una multiplicación lineal entre u y el signo y posteriormente una multiplicación cruzada entre u y dv .

INTEGRACIÓN POR PARTES (tabulación)

Ejemplo











$$\int \underbrace{x^3}_{\text{Función algebraica}} \underbrace{\text{sen}(3x)}_{\text{Función trigonométrica}} dx$$

De acuerdo al método de **ILATE** la función algebraica tiene mayor prioridad que la trigonométrica por lo tanto será u .

I n v e r s a s
L o g a r i t m i c a s
A l g e b r a
T r i g o n o m é t r i c a s
E x p o n e n c i a s

INTEGRACIÓN POR PARTES (tabulación)

Ejemplo

SIGNO		u		dv
+		x^3		$sen(3x)$
-		$3x^2$		$-\frac{cos(3x)}{3}$
+		$6x$		$-\frac{sen(3x)}{9}$
-		6		$\frac{cos(3x)}{27}$
+		0		$\frac{sen(3x)}{81}$

Resultado

$$\int x^3 sen(3x) dx = x^3 \cdot -\frac{cos(3x)}{3} - 3x^2 \cdot -\frac{sen(3x)}{9} + 6x \cdot \frac{cos(3x)}{27} - 6 \cdot \frac{sen(3x)}{81} + c$$

$$= -\frac{x^3 cos(3x)}{3} + \frac{3x^2 sen(3x)}{9} + \frac{6x cos(3x)}{27} - \frac{6 sen(3x)}{81} + c$$

REFERENCIAS

Aguilar Márquez, Arturo; Bravo Vázquez, Fabián Valapai; Gallegos Ruiz, Herman Aurelio; Cerón Villegas, Miguel; Reyes Figueroa, Ricardo; CONAMAT. (2010). *Cálculo Integral*. México: Prentice Hall.

Lizama, F. M. (2005). *Matemáticas V. Cálculo Integral*. México: Colección DGETI.