

La medición y la comprensión de la naturaleza

Péndulo simple y torsión

LSC. Cynthia C. Vital Martínez

cynthia_vital@uaeh.edu.mx

Abstracto:

Analizar con la teoría de movimiento armónico simple MAS aplicado al péndulo simple la aceleración de la gravedad.

Palabras clave :

Péndulo, aceleración, gravedad, MAS.

Abstract:

Analyze with the theory of simple harmonic motion MAS applied to simple pendulum the acceleration of gravity.

Keywords :

Pendulum, acceleration, gravity, MAS.

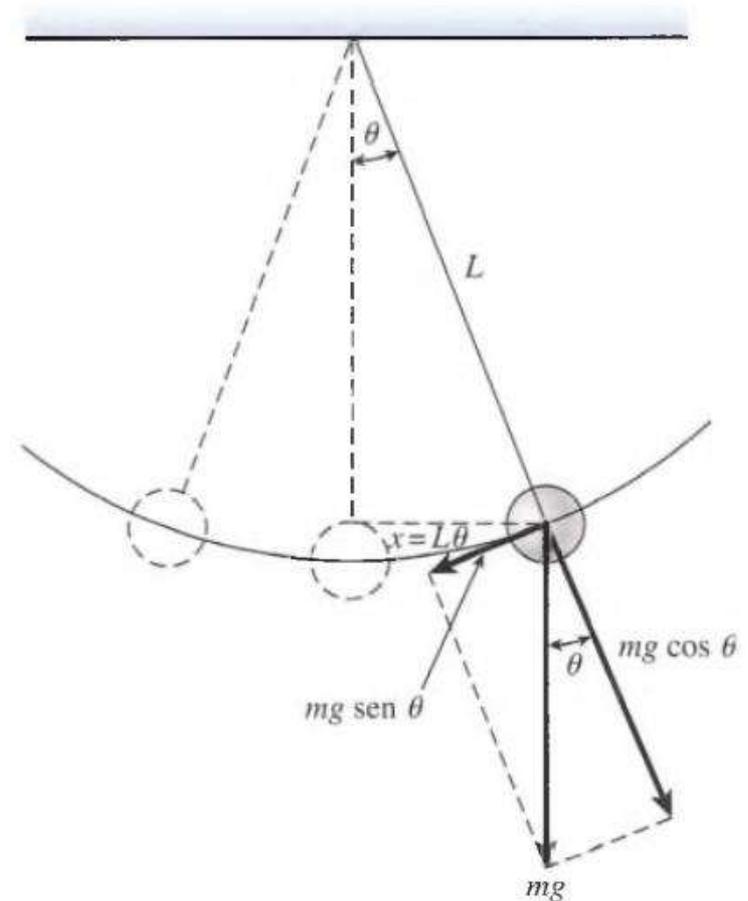
Objetivo del tema:

El Estudio de este tema nos servirá para comprender los movimientos pendulares, en Unidad II Variación de parámetros para encontrar tendencias generales, ya que son múltiples los que podemos encontrar en distintas ocasiones y dimensiones:

- Transmitir los conocimientos del movimientos pendular lo mas practico posible.
- Percibir los distintos modelos del movimiento pendular con mayor claridad.
- Relacionar de una u otra forma esta teoría con la vida cotidiana.

Péndulo simple

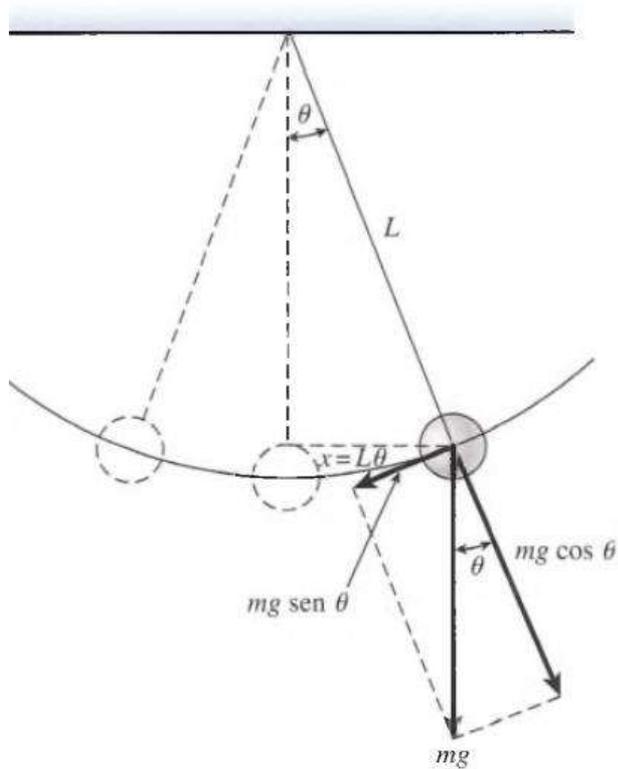
Cuando una lenteja de un péndulo oscila unida al extremo de una cuerda o varilla ligera, como se muestra en la figura lo hace con algo próximo al movimiento armónico simple (MAS). Si suponemos que toda la masa se concentra en el centro de gravedad de la lenteja y que la fuerza de restitución actúa en un solo punto, denominamos a este aparato péndulo simple. Aunque esta suposición no es estrictamente cierta, se obtiene una aproximación haciendo que la masa de la cuerda o varilla de sostén sea pequeña en comparación con la lenteja del péndulo.



Péndulo simple

El desplazamiento x de la lenteja no se produce a lo largo de una línea recta sino que sigue un arco subtendido por el ángulo θ . La longitud del desplazamiento es simplemente el producto del ángulo θ y la longitud de

la cuerda, por lo tanto : $x = L \theta$



Si el movimiento de la lenteja corresponde al MAS, la fuerza de restitución estará dada por :

$$F = - kx = - k L \theta$$

fuerza de restitución debiera ser proporcional a θ , puesto que la longitud L es constante.

Péndulo simple

En el movimiento de un lado a otro de la lenteja, la fuerza de restitución necesaria la proporciona la componente tangencial del peso

$$F = -mg \operatorname{sen} \theta$$

La fuerza de restitución es proporcional a **$\operatorname{sen} \theta$ y no θ** .

La conclusión es que la lenteja no oscila con MAS (movimiento armónico simple)

$\operatorname{sen} \theta$	θ (rad)
$\operatorname{sen} 6^\circ = 0.1045$	$6^\circ = 0.1047$
$\operatorname{sen} 12^\circ = 0.208$	$12^\circ = 0.209$
$\operatorname{sen} 27^\circ = 0.454$	$27^\circ = 0.471$

Si estipulamos que el ángulo θ es pequeño, $\operatorname{sen} \theta$ será aproximadamente igual al ángulo θ en radianes

Péndulo simple

Cuando se utiliza la aproximación $\sin \theta \approx \theta$,
la ecuación $F = -mg \sin \theta$ se convierte $F = -mg \theta$

Comparando esta relación con la ecuación

$$F = -k L \theta \text{ se obtiene } F = -mg \theta$$

donde $\frac{m}{k} = \frac{L}{g}$

Sustituyendo esta proporción en la ecuación $T = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ resulta una
expresión para el periodo de un péndulo simple.

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Frecuencia
 $f = 1/T$

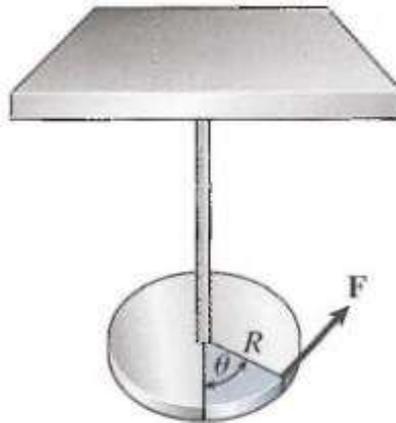
Puesto que la aceleración de la gravedad es constante, el periodo depende exclusivamente de la longitud de la cuerda o varilla

El péndulo de torsión

Consta de un disco o cilindro sólido apoyado en el extremo de una barra delgada. Si el disco se hace girar recorriendo un ángulo θ , el momento de torsión T es directamente proporcional k' al desplazamiento angular. Por tanto :

$$T = -k' \theta$$

Donde k' es una constante que depende del material de que esta hecha la varilla.

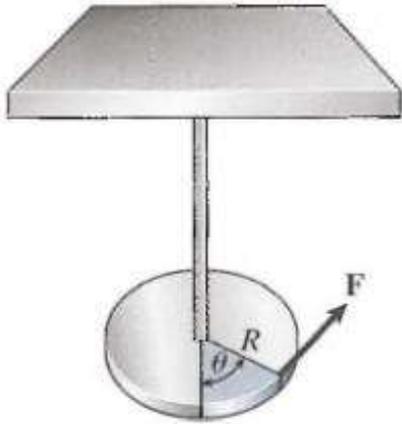


El péndulo de torsión

$$\tau = -k' \theta$$

Cuando el disco se suelta, el par de restitución produce una aceleración angular que es directamente proporcional al desplazamiento angular.

El periodo del movimiento armónico simple angular producido en esta forma está dado por:



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k'}}$$

Donde I es el momento de inercia del sistema que oscila y k' es la constante de torsión definida por la ecuación

El péndulo de torsión

Ejemplo *Un disco sólido de masa igual a 0.40 kg y radio a 0.12 m está sostenido por el centro por una varilla delgada y rígida que, a su vez, se ha fijado al techo.*

Se gira la varilla en un ángulo de 1 rad y luego se le suelta para que oscile. Si la constante de torsión (k) es de 0.025 N • m/rad, ¿cuál será la aceleración máxima y el periodo de oscilación?

Plan: Primero calcularemos el momento de inercia del disco ($\frac{1}{2} m R^2$). Para determinar la aceleración angular en función del desplazamiento angular debemos combinar la ley de Newton y de Hooke para la rotación, de un modo semejante al usado para la oscilación lineal. El periodo se halla mediante la sustitución directa de los datos en la ecuación

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}}$$

Solución: El momento de inercia del disco es

$$I = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} (0.40 \text{ kg})(0.12^2); \quad I = (2.9)(10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2)$$

El péndulo de torsión

Ejemplo

A partir de la ley de Newton, el momento de torsión es igual a $I\alpha$ y, con base en la ley de Hooke, a $-k'\theta$, así que

$$I\alpha = -k'\theta \quad \text{ó} \quad \alpha = \frac{-k'\theta}{I}$$

$$\alpha = \frac{-(0.025 \text{ N} \cdot \text{m} / \text{rad})(1 \text{ rad})}{2.9 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = -8.62 \text{ rad/s}^2$$

Después, el periodo T se halla con sustitución directa, de este modo

El péndulo de torsión

Ejemplo

Después, el periodo T se halla con sustitución directa, de este modo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k'}} = 2\pi \sqrt{\frac{2.9 * 10^{-3} \text{ kg} * \text{m}^2}{0.025 \text{ N} * \text{m}/\text{rad}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2.9 * 10^{-3} \text{ kg} * \text{m}^2}{0.025 \text{ N} * \text{m}/\text{rad}}}$$

Resultado : Periodo T = 2.14 s

$$I = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} (0.40 \text{ kg})(0.12^2); I = (2.9)(10^{-3} \text{ kg} * \text{m}^2)$$

El péndulo simple

EJERCICIO 1

¿Cuáles son el periodo y la frecuencia de un péndulo simple de 2 m de longitud?

El péndulo simple

EJERCICIO 2

Un estudiante construye un péndulo de 3 m de longitud y determina hasta completar 50 vibraciones en 2 min 54 s.

¿Cuál es la aceleración de acuerdo con la gravedad en el lugar donde está este estudiante?

El péndulo simple

EJERCICIO 3

Un péndulo de torsión oscila con una frecuencia de 0.55 Hz. Constante de torsión $k' = 0.025 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$, y su inercia del disco $I = 2.094 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ¿Cuál es el periodo de su vibración? ¿Cuál es la aceleración angular cuando su desplazamiento angular es de 60° ?

Encontrar el momento de torsión τ (es directamente proporcional a k' al desplazamiento angular)

Referencias

BÁSICA:	D.C. Baird.(1991).Experimentación: una introducción a la teoría de mediciones y diseño de experimentos. México: Pearson
COMPLEMENTARIA:	Wilson D., Buffa. J. (2007) Física 6a edición. Pearson. Serway, A. Jewett, W., (2013). Física para ciencias e ingeniería. Thomson. Hewitt , P., (2007). Física Conceptual 10a edición. Addison Wesley Serway, (2018) Fundamentos de Física. 10ª edición México. CENGAGE Pérez Montiel Héctor(2010), Física General. México: Patria
MESOGRAFÍA:	Colorado, E. d. (23 de octubre de 2018). Simulaciones interactivas para ciencias y matemáticas. Obtenido de Simulaciones interactivas para ciencias y matemáticas: https://phet.colorado.edu/es/ Repositorio UAEH Obtenido de : https://sites.google.com/a/uaeh.edu.mx/fisica_prepa3